Organ van
de Nederlandse
Vereniging van
Wiskundeleraren

Vakblad
voor de
wiskundeleraar

64e jaargang
1988 | 1989
mei

Euclides 8

Wolters-Noordhoff

● Euclides ● ● ● ●

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 9 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr. Th. J. Korthagen, Torenlaan 12, 7231 CB Warnsveld, tel. 05750-2 34 17.
Secretaris Drs J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Penningmeester en ledenadministratie F. F. J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-65 32 18. Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt *f*55,– per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. *f*37,50; contributie zonder Euclides *f*30,–.
Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de penningmeester.
Opzeggingen vóór 1 juli.

Inlichtingen over en opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan F. M. W. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland.
Giro: 1609994 t.n.v. NVvW leesportefeuille te Maasland.

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs M.C. van Hoorn, Sloep 102, 9732 CE Groningen. Zij dienen machinaal geschreven te zijn en bij voorkeur te voldoen aan:

- ruime marge
- regelafstand van 2
- 48 regels per kolom
- maximaal 47 aanslagen per regel
- liefst voorzien van (genummerde) illustraties
- die gescheiden zijn van de tekst
- aangeleverd in zo origineel mogelijke vorm
- waar nodig voorzien van bijschriften

De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 5 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Abonnementen niet-leden

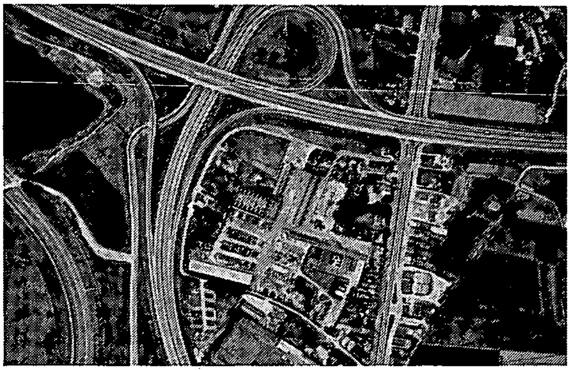
Abonnementsprijs voor niet-leden *f*52,00. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement *f*32,00.
Niet-leden kunnen zich abonneren bij:
Wolters-Noordhoff bv, afd. Verkoopadministratie, Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-22 68 86.
Giro: 1308949.
Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.
Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.
Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.
Losse nummers *f*8,50 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties

Advertenties zenden aan:
Intermedia bv, Postbus 371, 2400 AJ Alphen a/d Rijn.
Tel. 01720-6 63 79

ISSN 01.65-0394

● Inhoud ● ● ● ● ●



En zo heeft Rijkswaterstaat zijn best gedaan...

▶ Kolom 9

Hans Krabbendam

In de jaren 75-80 is er nog wel eens sprake geweest van een 'raampjesplan'. Het IOWO was daar toen mee bezig. Het betrof een schoolwerkplan wiskunde voor leerlingen van 12-16. Na veel omzwervingen via IOWO, OW & OC, SLO en COW is er nu een echt 'Raamplan', een publikatie van het team W12-16 en de COW, waarin gepoogd wordt een raming te geven van het gewenste wiskunde-onderwijs aan leerlingen van 12-16.
Het zou interessant zijn eens te bekijken wat de relatie met het eerder genoemde raampjesplan nu precies is, met name om te zien welke trends vastere voet gekregen hebben.
Het raamplan is tot stand gekomen na veel commentaarronden, waarin onder meer ook de VALO-conferentie van 24 en 25 november 1988 in Beekbergen een belangrijke rol gespeeld heeft.
Dat het moeilijk is op dit moment, nu het ontwikkelwerk eigenlijk nog aan het begin staat, concrete invullingen te geven voor de onderbouw, dat blijkt ook wel uit het raamplan. Het bevat vooral veel aanzetten tot werk. Lijnen met losse einden vormen vooralsnog een ogenschijnlijk onontwarbare kluwen, de 'vlecht' heet dat in het plan. Het stuk ademt de sfeer van de vraag: aan welk draadje van die vlecht zullen we eens als eerste gaan trekken? Het is dan ook meer een ((raam)(werk))plan, waarbij naar behoefte de haakjes weggewerkt kunnen worden, want dat zal vast nog wel behandeld worden.
Er is in het plan veel aandacht voor achtergronden en visie op wiskunde-onderwijs, waarbij met name de maatschappelijke invloeden worden genoemd als argumenten voor veranderingen in de kijk op wiskunde en wiskunde-onderwijs. De kijk op het vak wiskunde, meer als een proces dan als een produkt van het ploeteren van anderen, staat ter discussie. Het gaat nu om het leggen van verbanden, het zien van samenhangen en het handelen met een uitgebreid repertoire aan samenhangende kennis en vaardigheden in het perspectief van het construeren van eigen wiskundige kennis.
Een zeer interessant gedeelte betreft de uitwerking van ideeën in lange leerstoflijnen. Daarin wordt veel duidelijk gemaakt van de echte bedoelingen. Er worden vijf lijnen onderscheiden: Verbanden, grafieken en functies, Algebra, Meetkunde, Rekenen, Informatie en modellen, waarbij bij de laatste zowel gedacht moet worden aan (eenvoudige) onderdelen uit de discrete wiskunde, zoals eenvoudige grafen, als aan het verzamelen en verwerken van statistische informatie.

Voorlopig tocht het nog flink in het raamplan, maar er zijn voldoende aanzetten en basisideeën om het raam bijtijds te dichten. Zorg dat U er niet met de vingers tussenkomt!

Het raamplan is te bestellen bij:
SLO, afdeling Verkoop,
Antwoordnummer 2041,
7500 VB Enschede.
Tel. 053-84 03 05
Het kost (vermoedelijk) *f* 11,25; betaling na ontvangst.

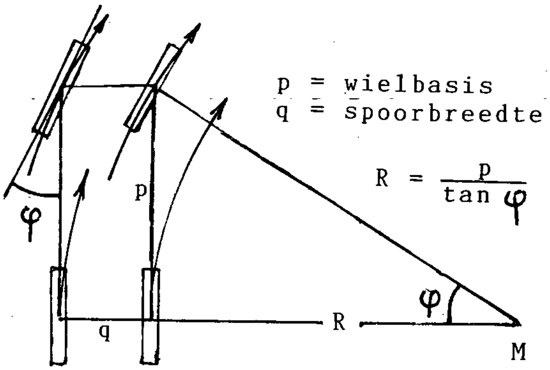
▶ De krommen van Rijkswaterstaat

Ir. Henk Mulder

Bij de aanleg van wegen gaat het hoofdzakelijk om rechten en cirkels. Als we willen afslaan lijkt, voor deze koerswijziging, een kwartcirkel geschikt. De werkelijkheid is ingewikkelder. Er zijn allerlei verloopkrommen nodig om het verkeer veilig en soepel door de bochten te loodsen. Over die verloopkrommen gaat dit artikel.

Stand van het stuur

Als het stuur van een auto recht staat, rijden we rechtdoor. Bij een gedraaide stand maakt de auto een bocht met een bepaalde straal. Hoekverdraaiing van het stuur en van de wielen zijn met elkaar evenredig. Bij mijn auto is die constante verhouding 24, hetgeen wil zeggen: om de wielen 1° te draaien, moet het stuur 24° draaien. De sturing is daardoor heel gevoelig, wat speciaal bij hoge snelheden erg belangrijk is.
Als we al rijdend aan het stuur draaien, beschrijft de wagen een kromme met veranderlijke kromtestraal. Wat wordt dat dan voor een soort kromme? Een parabool is al een voorbeeld van een kromme met veranderlijke kromming. De kromtestraal is in de top minimaal; daar zou, al rijdend, ons stuur het meest gedraaid staan. Verder gaande wordt de parabool steeds 'rechter'.



Figuur 1 De stand van de wielen bepaalt de straal van de cirkelboog.

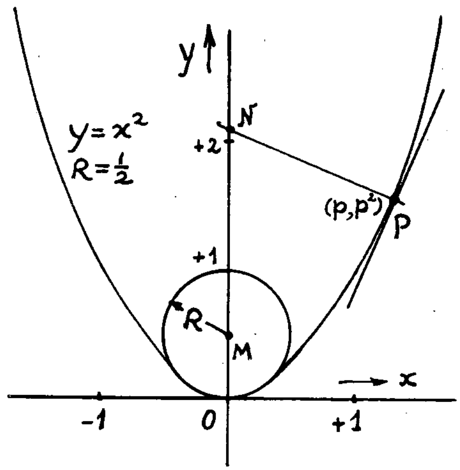
In figuur 1 is af te lezen dat, als het voorwiel gedraaid staat over een hoek φ, een boog doorlopen wordt met een kromtestraal R, volgend uit: $p = R \tan \varphi$ waarbij p de wielbasis is.
Dit geldt dan voor de achterwielen; voor de voorwielen geldt, zeker als φ klein is, vrijwel hetzelfde. Mijn auto heeft een wielbasis van 2,1 m zodat bijvoorbeeld bij een verdraaiing van het stuurwiel over 180°, een voorwiel over 7,5° draait en daardoor de straal van de draaicirkel 16 m wordt.
Feitelijk is de zaak nog wat ingewikkelder: om alle vier de wielen een gemeenschappelijk draaicentrum te geven, moet het binnenwiel iets meer draaien dan het buitenwiel.

Kromtestraal bij een parabool

We stellen ons als voorbeeld: bepaal de kromtestraal in de top van een parabool met vergelijking $y = x^2$ (figuur 2).
We zoeken daartoe eerst het kromtemiddelpunt M. Daartoe bepalen we het snijpunt van de normaal in O en evenzo in een naburig punt P. Vervolgens laten we P tot O naderen. De limietstand van het snijpunt is M.
Omdat de afgeleide funktie is $y' = 2x$, zal in een naburig punt P met coördinaten (p, p^2) de vergelijking van de normaal PN worden:

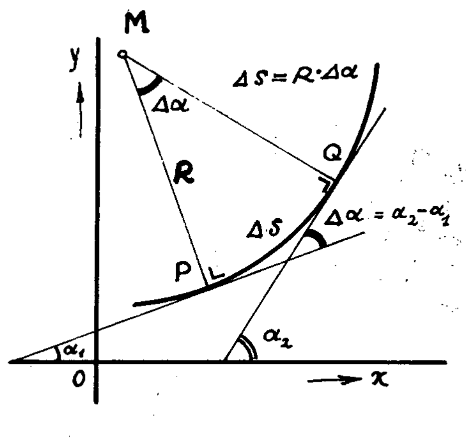
$$(y - p^2) = -\frac{1}{2p}(x - p)$$

zodat de coördinaten van N worden $(0, p^2 + \frac{1}{2})$. Als we dan p tot nul laten naderen, komt N in M met coördinaten $(0, \frac{1}{2})$. Aldus wordt de kromtestraal in O: $R = \frac{1}{2}$. De cirkel met deze straal sluit het meest aan bij de parabool in de top.



Figuur 2 Kromtestraal bij een parabool.

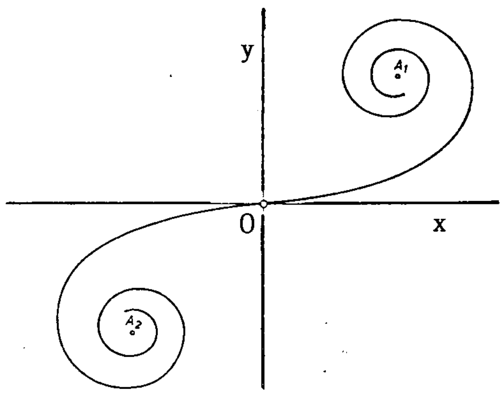
Zo kan in elk ander punt de kromtestraal bepaald worden. In het algemeen geldt voor R: $R = \frac{ds}{d\alpha}$, hetgeen in figuur 3 gemakkelijk is af te lezen (α is de hellinghoek van de baan ten opzichte van de positieve x-as).



Figuur 3 Definitie: $R = \frac{ds}{d\alpha}$

Kromme gezocht

De interesse van Rijkswaterstaat gaat uit naar een kromme, waarbij de kromtestraal omgekeerd evenredig verandert met de afgelegde weg of de booglengte, gerekend vanaf een zeker beginpunt.
Stel eens dat we met constante snelheid rijden en het stuur daarbij langzaam eenparig ronddraaien. In dat geval gaat de auto een spiraaldeel beschrijven. We zoeken een kromme waarbij straal R en boog s met elkaar omgekeerd evenredig zijn. Eenvoudig gezegd: bij een n keer grotere rijafstand, de bocht n keer zo scherp.
In formule: $R \times s =$ constant.
Deze merkwaardige kromme, die bij de wegenbouw favoriet is, heet de spiraal van Cornu of ook wel de clotoïde. In figuur 4 staat de volledige kromme getekend.
We zullen nu eerst de theorie ervan geven en vervolgens de toepassing ervan op de bochtenconstructie van wegen.



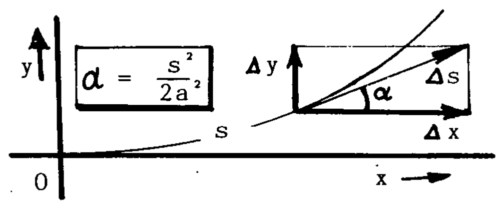
Figuur 4 Een volledige clotoïde. De x-as is buigraaklijn in 0. A_1 en A_2 zijn de windingspunten.

De clotoïde

Als we vertrekken vanuit de oorsprong en het stuurwiel steeds verder regelmatig verdraaien, terwijl we rijden met constante snelheid, zal de hellingshoek van de baan, ten opzichte van de positieve x-as steeds groter worden. We zoeken de relatie tussen de hellingshoek α en de afgelegde weg s (gerekend vanaf 0). Er moet voldaan worden aan $R \times s = c$ (constante) en $R = \frac{ds}{d\alpha}$.
Combinatie van beide geeft de differentiaalvergelijking:
$\frac{ds}{d\alpha} \times s = c$ of $s \cdot ds = c \cdot d\alpha$ of $\frac{1}{2}s^2 = c \cdot \alpha$. De integratieconstante wordt op nul gesteld, omdat we uitgaan van: $s = 0 \rightarrow \alpha = 0$.

We kunnen de relatie nu als volgt schrijven: $\alpha = \frac{s^2}{2c}$.
Vanwege de dimensies schrijven we c liever als a^2, waarbij s en a beide de dimensie lengte krijgen en α dimensieloos wordt; en zo hoort het ook.
De natuurlijke vergelijking van de clotoïde wordt nu: $R \times s = a^2$ en de hellingshoek α in een zeker punt van de kromme: $\alpha = \frac{s^2}{2a^2}$.
In figuur 5 is nu gemakkelijk af te lezen:

$$\frac{dx}{ds} = \cos\left(\frac{s^2}{2a^2}\right) \text{ en } \frac{dy}{ds} = \sin\left(\frac{s^2}{2a^2}\right)$$



Figuur 5 Grondeigenschap

Hieruit volgen de vergelijkingen voor x en y, met als parameter s:

$$x(s) = \int_0^s \cos\left(\frac{u^2}{2a^2}\right) du \text{ en } y = \int_0^s \sin\left(\frac{u^2}{2a^2}\right) du$$

Deze integralen zijn niet elementair te berekenen. We kunnen echter wel cosinus- en sinusfuncties schrijven als reeksontwikkelingen, volgens:

$$\cos p = 1 - \frac{p^2}{2!} + \frac{p^4}{4!} - \frac{p^6}{6!} + \ldots \text{ en}$$

$$\sin p = \frac{p}{1} - \frac{p^3}{3!} + \frac{p^5}{5!} - \frac{p^7}{7!} + \ldots$$

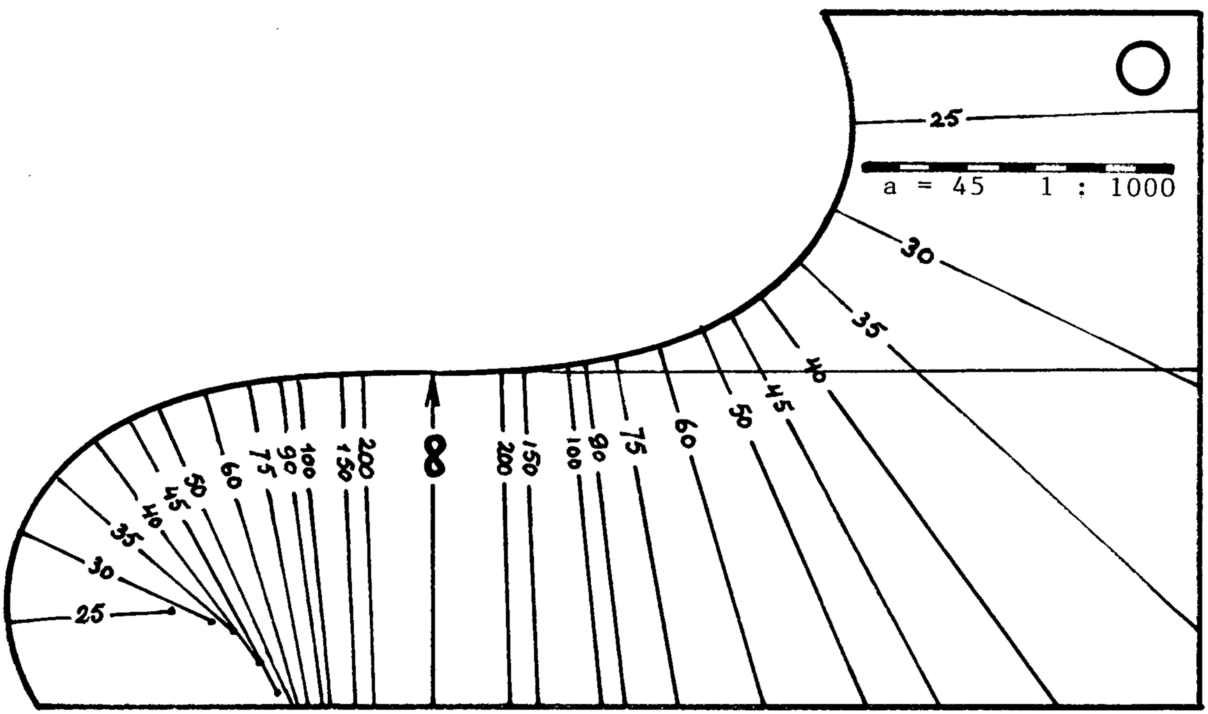
Hierdoor is het mogelijk, door term voor term te integreren, alsmaar nauwkeuriger waarden van x en y te bepalen, afhankelijk van parameter s. Dit alles bij gegeven waarde van a.
Voor de x-waarde komt dat er dan als volgt uit te zien:

$$x = s\left(1 - \frac{1}{40}\left(\frac{s}{a}\right)^4 + \frac{1}{3456}\left(\frac{s}{a}\right)^8 - \frac{1}{599040}\left(\frac{s}{a}\right)^{12} + \ldots\right)$$

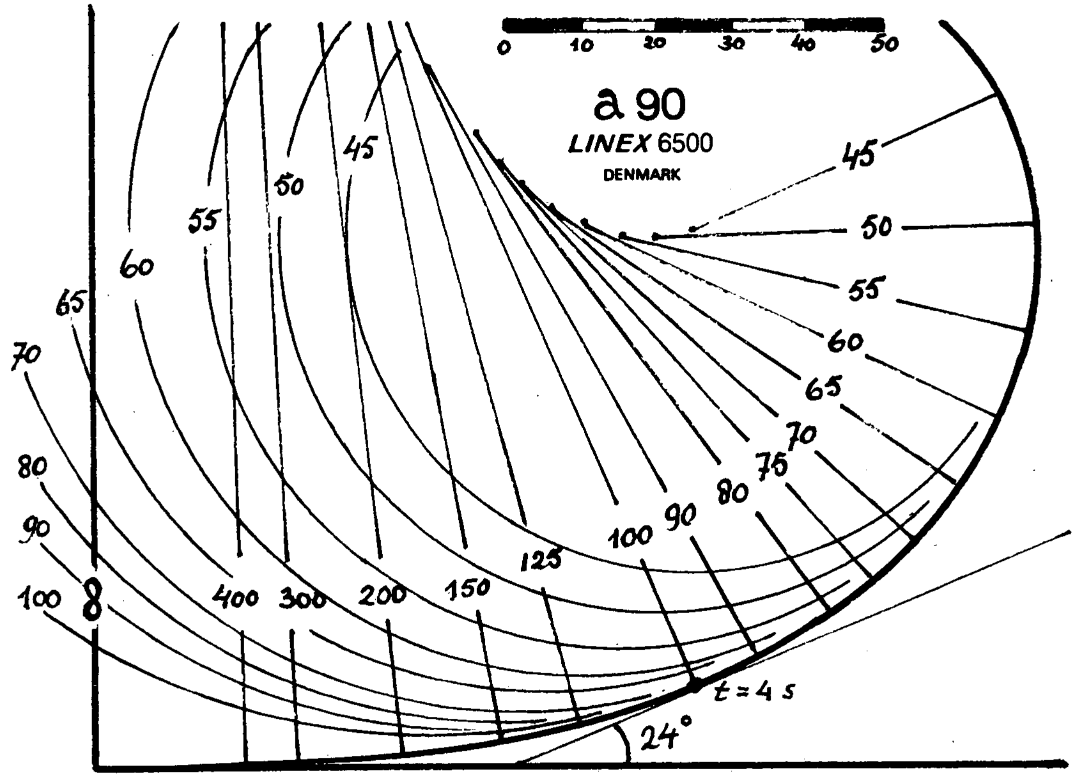
Deze reeks convergeert snel en computers doen het werk. Rijkswaterstaat kan met behulp van dergelijke benaderde waarden (verzameld in tabellen) clotoïden punt voor punt tekenen. Nog gemakkelijker is het gebruik van mallen, die in de handel zijn. In figuur 6 staat daarvan een voorbeeld, behorend bij $a = 45$. Van zulke krommen wordt een stuk gebruikt, gelegen tussen kromtestraal R_1 en R_2, afhankelijk van de krommingen van de weggedeelten, waarbij het bedoelde stuk voor de passende verbinding moet zorgen.

De betekenis van a

Zoals een bundel parabolen van het type $y = ax^2$ exemplaren heeft die gekarakteriseerd worden door de waarde van a, zo is dat ook bij deze krommen het geval.
In figuur 7 staat een deel van zo'n grafiek getekend bij $a = 90$.
Het is een mal, zoals Rijkswaterstaat die gebruikt. We zouden a kunnen definiëren als die waarde van de kromtestraal waarbij geldt: $R = s = a$. Dit gebeurt hier $R = s = 90$.
Als een auto, concreet gesproken, een boog van 90 meter, gerekend van de oorsprong, heeft afgelegd, is R ook inmiddels 90 m geworden. Bij een dubbele afstand (180 m) hoort dan $R = 45$ m en zo verder. Hier geldt steeds: $R \times s = 90^2$.

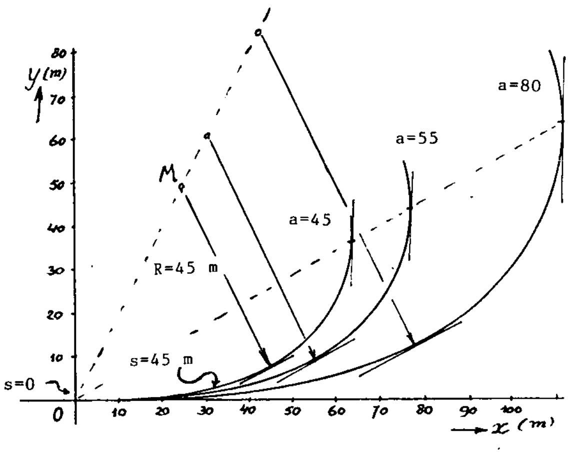


Figuur 6 Mal met beide clotoïde-takken bij $a = 45$ m.



Figuur 7 Mal voor clotoïde (a = 90) met cirkels en normalen.

Zo staan in figuur 8 drie clotoïden getekend, voor drie verschillende waarden van a. De waarde van a bepaalt, zoals bij een parabool, de wijdte van de kromme.

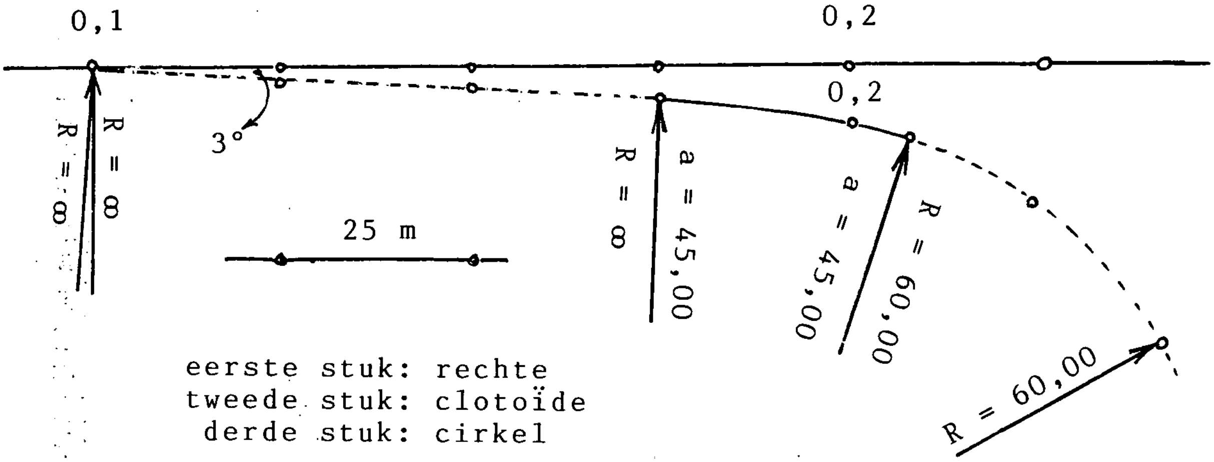


Figuur 8 Verzameling van gelijkvormige clotoïden.

In de oorsprong raken alle krommen de x-as. Daar ligt hun buigpunt. In de oorsprong is de kromtestraal oneindig.
Zoals bij de overeenkomstige parabolen, zijn de krommen uit elkaar af te leiden, door vermenigvuldiging met een geschikte factor vanuit O. Die factor is dan $a_2 : a_1$.

Van theorie naar praktijk

In figuur 9 staat een afslag getekend. De afstand tussen twee nulletjes is steeds 25 m. Het rechte stuk (dat een hoek van 3° maakt met de hoofdweg) met een lengte van 75 m, moet aansluiten op een cirkeldeel met straal 60 m. Men kiest als verbindingskromme de clotoïde met a = 45 m, en wel het stuk vanaf de oorsprong (straal oneindig) tot het punt waar R = 60 m. Uit $R \times s = a^2$ volgt dat het boogstuk 33,75 m lang moet zijn. En zo is er een geleidelijke en ideale verbinding tussen rechte en cirkel.



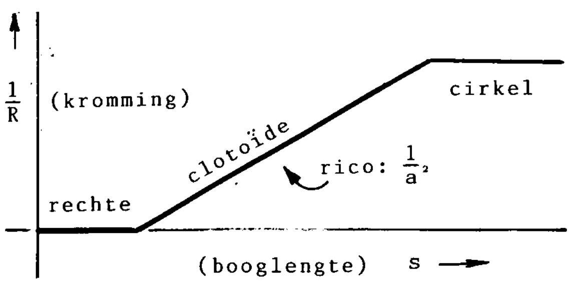
Figuur 9 Constructie van een afslag: rechte ($R = \infty$), stuk clotoïde ($a = 45$), gevolgd door een cirkeldeel ($R = 60$).

Op het eerste traject staat het stuur recht, daarna wordt eenparig gedraaid tot de cirkel bereikt is, waarna we het stuur een tijdje in de gedraaide stand houden.

In figuur 10 staat het verloop van de kromming $\left(\frac{1}{R}\right)$ als functie van (s) getekend.

U kunt nu gemakkelijk zelf nagaan dat een straal van 60 m bij mijn auto correspondeert met 2° draaiing van de voorwielen of 48° van het stuurwiel. Als ik dan met 90 km/h rijd of met 25 m/s, doe ik over het rechte stuk 3 s en over de clotoïde 1,35 s.

In die 1,35 s moet ik mijn stuur dan 48° draaien.



Figuur 10 Verlopende kromming bij afslag.

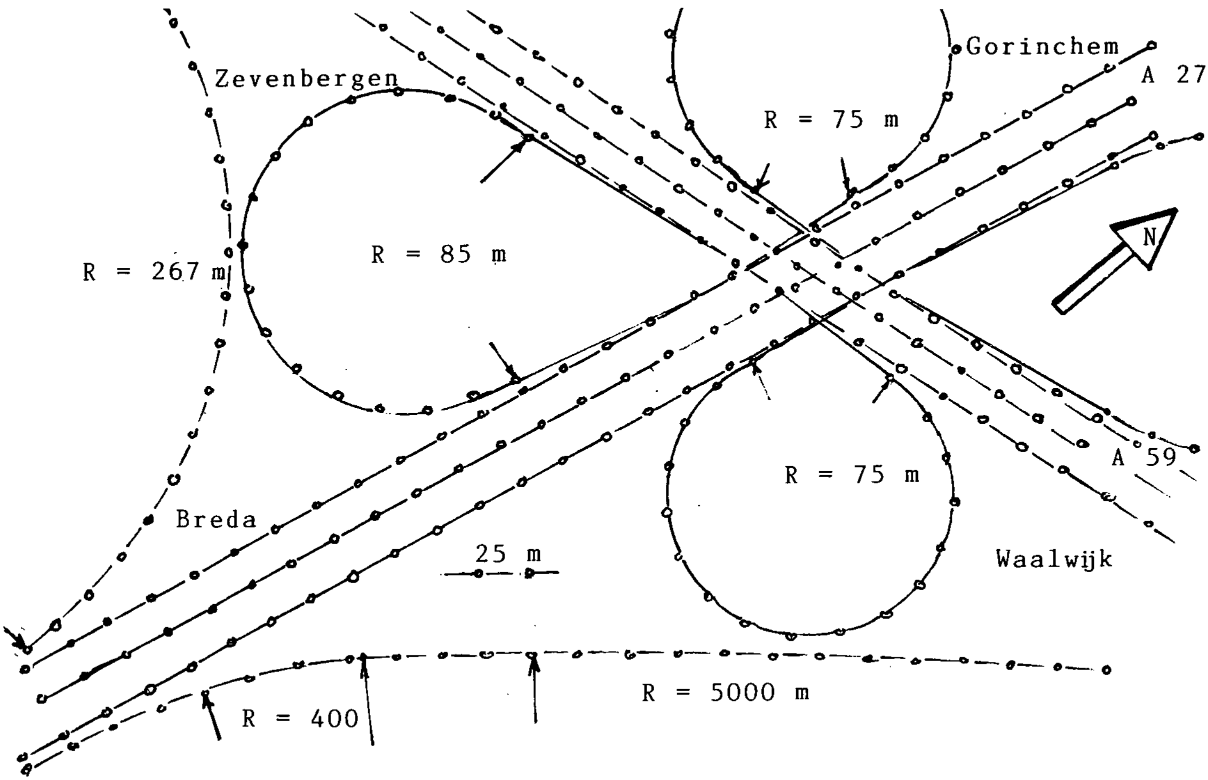
Positiebepaling

We stellen als probleem: waar bevindt zich een auto die 4 seconde rijdt vanaf 0, over de clotoïde met $a = 90$ bij een snelheid van 72 km/h of 20 m/s? Oplossing: in 4 seconde is $s = 80$ m afgelegd; uit $R \times s = a^2$ volgt dan $R = 100$ m. En hiermee is op de mal de positie vastgelegd (zie figuur 7). Nog een controle.

De raaklijnrichting in dat punt volgt uit: $\alpha = \dfrac{s^2}{2a^2}$ $= 0{,}40$ radiaal of 24°. Ook dat klopt keurig in de tekening. Als de kromtestralen dus niet aangegeven waren, zou de hoek berekend kunnen worden en daarmee (via de mal) ook de positie.

We eindigen met het ontwerp van het klaverblad ten noorden van Raamsdonksveer (figuur 11), dat nu bij Rijkswaterstaat op de tekentafel ligt. Alle rechten en cirkels liggen inmiddels vast. De verloopkrommen moeten met behulp van mallen in detailtekeningen nog worden bepaald.

En zo heeft Rijkswaterstaat zijn best gedaan om u comfortabel langs de wegen te geleiden. Immers, geleidelijk verlopende kromtestralen voorkomen



Figuur 11 Ontwerp klaverblad bij Raamsdonksveer
Kruising A 27 en A 59

discontinuïteiten in de centripetale versnellingen, die bij bochtenwerk horen.
Had u zich overigens al wel eens gerealiseerd dat een overgang van een rechte naar een cirkeldeel zelfs niet te rijden is? U zou dan op het eind van het rechte deel eerst moeten stoppen, om het stuur eerst in de juiste stand te draaien, alvorens aan het cirkeldeel te beginnen!

Met dank aan Rijkswaterstaat, 's Hertogenbosch
en Prof. J. v.d. Craats, KMA, Breda

Vraagstuk: de clotoïde-baan

1. Mijn auto (zie gegevens artikel clotoïde-baan) heeft een stuurwiel dat maximaal 720° ofwel twee keer rond kan draaien.
Hoeveel graden is de wagen gedraaid, als ik de clotoïde met $a = 90$ afrijd en het stuurwiel de maximale draaiing geef?
2. Wat wordt de uitkomst als ik de voorwielen de theoretisch maximale draaiing van 90° zou kunnen laten uitvoeren?

(Oplossing op pagina 251.)

• Boekbeschouwing •

▶ Inzicht in de betekenis van wiskunde A

Sieb Kemme

1 Inleiding

Op woensdag 14 oktober 1987, des namiddags te 2.30 uur verdedigde Jan de Lange Jzn in het openbaar zijn proefschrift getiteld: Mathematics, Insight and Meaning (OW&OC, Utrecht 1987), ter verkrijging van de graad van doctor aan de Rijksuniversiteit te Utrecht.
De titel doet vermoeden dat het proefschrift een diepe theoretische studie is over psychologische en kentheoretische aspecten van de wiskunde. De ondertitel werpt echter een ander licht op de inhoud: Leren, onderwijzen en toetsen van wiskunde voor de Levens- en Sociale wetenschappen. In de inleiding (blz. 1) wordt dit bevestigd:
'Deze studie gaat voornamelijk over verscheidene aspecten van wiskunde A.
Er zijn twee hoofdpunten te onderscheiden:
– Wat is de didactiek van het wiskunde A programma? (Het *onderwijzen* en *leren* van wiskunde A).
– Hoe kunnen we geschikte toetsen voor het wiskunde A programma ontwerpen? (Het *toetsen* van wiskunde A)'
Dit zijn zeer relevante vragen voor het onderwijs in wiskunde A. Ik zal me dan ook bij de bespreking van dit proefschrift door deze twee vragen laten leiden.

In paragraaf 2 geef ik eerst een korte schets van de inhoud van het proefschrift. In de paragrafen 3 en 4 zal ik de antwoorden van De Lange op de gestelde vragen bespreken op hun waarde voor het onderwijs. In paragraaf 5 zal ik wat algemenere conclusies over het proefschrift formuleren.

2 Samenvatting van de inhoud

Het boek bevat 6 hoofdstukken. Van ieder hoofdstuk zal ik een korte samenvatting proberen te geven.

I Het HEWET project (18 bladzijden), waarin een chronologische beschrijving wordt gegeven van het ontstaan van de ideeën die geleid hebben tot de invoering HEWET gevolgd door een eveneens chronologische beschrijving van de opzet en uitvoering van de experimenten.

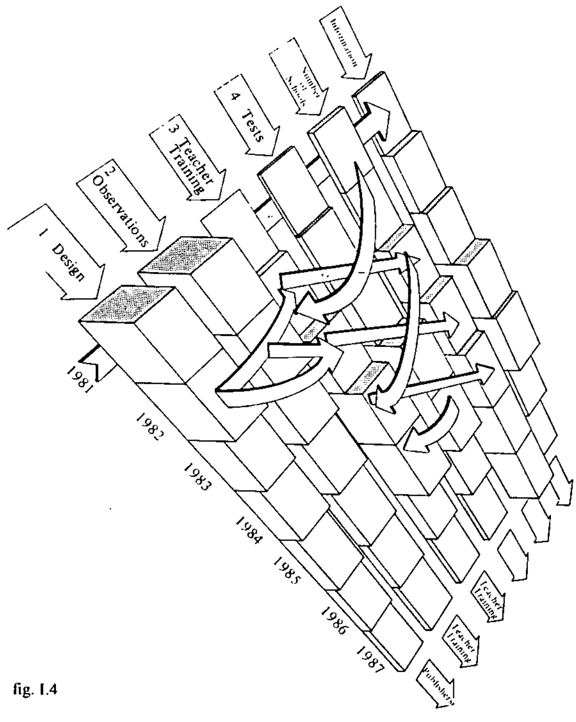


fig. I.4

II Wiskunde A (100 bladzijden). Dit hoofdstuk beschrijft de inhoud van het wiskunde A programma vanuit allerlei gezichtspunten. Allereerst wordt

een korte karakterschets gegeven van de leerstof aan de hand van de in het experiment ontwikkelde pakketjes. Vervolgens wordt het experimentele materiaal geanalyseerd aan de hand van het idee van mathematiseren als een middel om wiskundige begrippen en vaardigheden te verwerven. In de volgende twee paragrafen volgt een karakterisering van wiskunde A in contrast met andere aspecten van het wiskundeonderwijs, zoals: realistisch versus structuralistisch/mechanisch, zuiver versus toegepast, analoog versus analytisch.

III Leerlingen en leraren over wiskunde A (38 bladzijden). Paragraaf III.1. beschrijft reacties van leerlingen en leraren van de experimenteerscholen zoals die tijdens het experiment zijn verzameld. Dit levert een lijst van de volgende 7 gesignaleerde knelpunten in het lesmateriaal:
- het gebrek aan basisvaardigheden,
- het ontbreken van structuur,
- de moeilijkheid om essentiële zaken te kunnen herkennen,
- de problemen met gemengde A/B groepen,
- de overlading van het programma,
- de moeilijkheidsgraad en de grote variatie daarin,
- de problemen met het toetsen.

Paragraaf III.2. bevat cijfermateriaal over de keuze van de leerlingen voor wiskunde A en B in relatie met de seks, rapportcijfer in de vierde klas en de combinatie met natuurkunde als examenvak.

IV Proefwerken (15 bladzijden). Gedurende de eerste twee jaren van het experiment zijn meer dan 100 proefwerken van de 12 experimenteerscholen verzameld. Deze proefwerken zijn ingedeeld op basis van de gebruikte context. De conclusie is dat veel opgaven weinig afwijken van de opgaven in het boek zodat vooral produkt- maar nauwelijks proces-toetsing plaatsvindt. Dit is in strijd met het karakter van wiskunde A waarin het proces van mathematiseren een wezenlijke rol speelt.

V Alternatieve toetsen (94 bladzijden). De onmogelijkheid om met proefwerken ook proces-doelen te toetsen, leidt tot een onderzoek naar alternatieven. Deze alternatieven zijn beoordeeld aan de hand van vijf principes:
- Toetsen dienen de kwaliteit van het leren te verhogen,
- toetsen dienen de leerlingen in staat te stellen te laten zien wat ze wèl weten, niet wat ze niet weten,
- toetsen dienen aan te sluiten bij de leerdoelen,
- de kwaliteit van een toets wordt niet gedefinieerd door de mate van objectieve scoring,
- toetsen dienen bij de schoolpraktijk aan te sluiten.

Onderzocht zijn de volgende alternatieve toetsen:

* *De tweetrapstoets.* Deze bestaat uit een proefwerk- en een taak-gedeelte. Bij het eerste gedeelte dienen de leerlingen zoveel mogelijk vragen in een beperkte tijd te beantwoorden. Dit gedeelte wordt nagekeken, van opmerkingen bij de belangrijkste fouten en van een cijfer voorzien. De leerling krijgt dit terug met het verzoek de toets thuis af te maken. Dit levert een tweede cijfer op.

* *De thuis-toets.* Deze bestaat uit een uitgebreide opdracht die thuis gemaakt mag worden.

* *Het werkstuk.* De leerling wordt gevraagd een werkstuk te maken over een onderwerp dat aansluit bij de leerstof.

* *De mondelinge toets.* Docent en examinator voeren een examinerend gesprek met een leerling naar aanleiding van een aantal opdrachten. De resultaten van deze verschillende toetsvormen zijn onderzocht op verschillen tussen jongens en meisjes en op verschillen in beoordeling tussen leraren. Ook zijn de correlaties tussen de verschillende toetsvormen voor één klas bekeken.

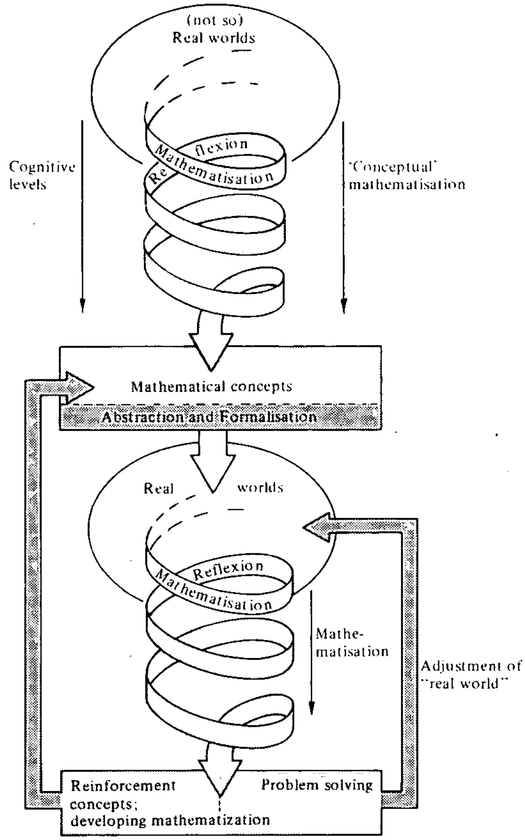
VI Epiloog (4 bladzijden), waarin aanbevelingen worden gegeven ter verbetering van de randvoorwaarden waaronder leerplanontwikkeling plaats vindt.

3 Wat is de didactiek van het wiskunde A-programma? (Het *onderwijzen en leren* van wiskunde A).

Dit is een zeer belangrijke vraag voor de praktijk van het wiskundeonderwijs. Het feit dat het hier gaat om een nieuw leerplan, maakt de vraag des te interessanter. Bij een bestaand leerplan kan men bij de beantwoording van dergelijke vragen meestal putten uit een grote verscheidenheid aan ervarin-

gen. Bij wiskunde A daarentegen waren, ten tijde van het onderzoek, die ervaringen alleen nog maar aanwezig bij een beperkt aantal experimenteerscholen. De meeste docenten zullen, ondanks de nascholing, hun eigen didactiek bij het nieuwe vak hebben moeten ontwikkelen. Die ervaringen zijn nog recent. Een aantal didactische problemen zijn nog actueel. Daarom kan een bezinning op de didactiek van het vak ook nu nog zinvol zijn.
Grofweg kan men de vraag naar de didactiek van een vak indelen in drie categorieën:
- De didactiek van de leerstof, dat wil zeggen: de keuze van de leerstof, de presentatie van de leerstof (bv: door middel van zelfontdekkende opdrachten, of: door middel van theorie gevolgd door verwerkingsopdrachten), vormgevingsaspecten, enzovoorts,...
- de didactiek van de docent, dat wil zeggen: de werkvormen, de keuze uit de leerstof, de wijze van benadering van de klas en de leerlingen, het taalgebruik, enzovoorts,...
- de didactiek van de leerling, dat wil zeggen: hoe denkt de leerling, hoe pakt hij of zij de problemen aan, wat zijn de struikelblokken, wat gaat juist heel gemakkelijk, enzovoorts...

Het één is in een onderwijs-leersituatie natuurlijk niet los te bestuderen van het ander. De keuze van de leerstof is bijvoorbeeld van directe invloed op het gedrag van docent en leerlingen. En omgekeerd is niet alle leerstof geschikt bij een gegeven leraar-leerling situatie. Een beantwoording van de vraag naar de didactiek van wiskunde A zal dan ook deze drie aspecten, in samenhang, moeten bevatten.
Voor de docent is het meest concrete antwoord natuurlijk een lijst met aanwijzingen waarmee de dagelijkse praktijk van het onderwijs kan worden verbeterd. Ook voor die lijst geldt echter dat die niet los gezien kan worden van de leerstof en van de leerlingen waar het onderwijs voor is bedoeld.
Jammer genoeg geeft De Lange niet een dergelijk expliciet antwoord op de door hem gestelde vraag. Wel zijn er in hoofdstuk 2 tussen de regels aanwijzingen te vinden die tot een verbetering van het wiskunde-A-onderwijs zouden kunnen leiden. De analyse van wiskunde A in dit hoofdstuk geeft een



Global schema of the activities of the experimental math a curriculum

fig. II.11

heldere uiteenzetting van het proces van mathematisering als didactisch principe bij het verwerven van wiskundige begrippen en vaardigheden. Daarmee maakt De Lange een didactische lijn in het materiaal zichtbaar die van essentieel belang is bij het onderwijzen. Het geeft aan welke de betekenis is van de wiskundige begrippen en vaardigheden, en hoe leerlingen die kunnen verwerven. Het duidelijkste is dat te zien aan het voorbeeld waarin het begrip 'afgeleide' zich ontwikkelt naar aanleiding van realistische probleemsituaties. Er is daarbij sprake van 'experimenteel leren' waarin de leerlingen voortdurend de cirkel: concrete ervaring → reflectieve waarneming → abstracte begripsvorming → actieve experimentatie → ... doorlopen. In de abstracte begripsvorming ontstaat geleidelijk aan een beeld van het begrip afgeleide. Een dergelijk leerproces heeft directe gevolgen voor de keuze

van en de ordening in de leerstof en vormt daarmee een concrete richtlijn voor de ontwikkeling van leerstof bij wiskunde A. Omdat een dergelijke cirkel zich veelal over meerdere lessen zal uitstrekken is deze ordening vooral een ordening in leerstof in de schoolmethodes en daarom in de eerste plaats van belang voor auteurs. Auteurs en docenten dienen hierbij wel te accepteren dat het zo verworven begrip 'afgeleide' een ander begrip is dan het bekende formele begrip. De betekenis van 'afgeleide' blijft onafscheidelijk verbonden met het mathematiseringsproces. Het is de abstracte kern van dat proces. Die blijft echter ingebed als onderdeel in dat proces. Het is gereedschap dat haar betekenis ontleent aan het concrete gebruik. Het is dus geen wonder dat De Lange dit hoofdstuk afsluit met een karakterisering van wiskunde A in contrast met andere aspecten van wiskunde. Deze karakterisering maakt de positie van wiskunde A duidelijk temidden van andere opvattingen over wiskunde en is daarmee tevens bedoeld als een legitimering van het wiskundige in wiskunde A. Of deze legitimatie altijd even duidelijk is valt te betwijfelen. Ze is nogal theoretisch, filosofisch en plaatst wiskunde A in een concurrentie-positie ten opzichte van andere, voor de wiskundedocent meer bekende, gedaantes van wiskunde. Veel leraren zijn pas overtuigd geraakt van de waarde van wiskunde A via de positieve reacties van leerlingen op het lesmateriaal. Dit leidde tot een herkenning en daarmee tevens een erkenning van de wiskundige activiteiten van de leerlingen. De Lange vermeldt dit effect slechts zijdelings (op blz. 154). In het gepresenteerde werk van leerlingen kan men een aantal van deze activiteiten terugvinden. De Lange heeft die echter niet systematisch geïnventariseerd. Dat is jammer. Het had de legitimatie van wiskunde A misschien aanzienlijk vergemakkelijkt.

Samengevat zien we dat De Lange enkele impliciete antwoorden geeft op de vraag naar de didactiek van wiskunde A. Die antwoorden zijn vooral op de leerstof gericht. Daarmee kan de docent een beter inzicht krijgen in de bedoelingen van wiskunde A. Indirect zal dat doorwerken in de praktijk van het onderwijs. Een leerling-gericht antwoord op de vraag ontbreekt.

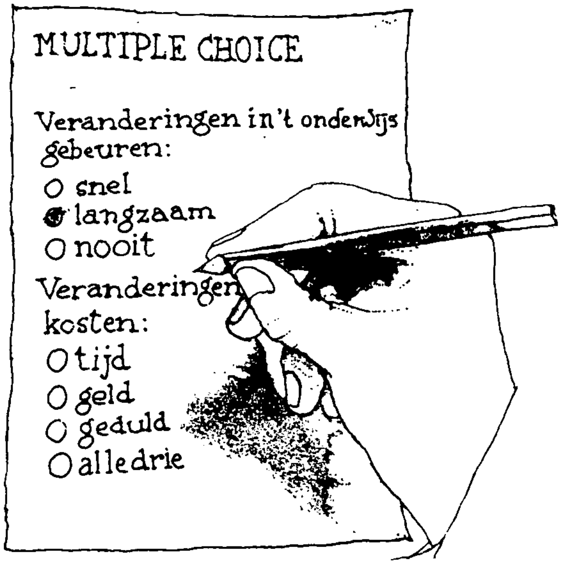
4 Hoe kunnen we geschikte toetsen bij het wiskunde-A-programma ontwerpen? (Het *toetsen* van wiskunde A).

Hoofdstuk 5, over alternatieve toetsen, kan een bron van inspiratie zijn voor leraren die willen experimenteren met een andere manier van toetsen. De beschrijvingen zijn erg volledig en gebaseerd op ervaringen in de experimenteerscholen. De Lange is echter wel erg optimistisch over de mogelijkheden dit in de praktijk te realiseren (zie de tabel op blz. 261). Hij heeft zijn alternatieve toetsvormen in experimentele situaties, met gemotiveerde docenten en leerlingen uitgeprobeerd. Dat is op zich een onvoldoende garantie voor de haalbaarheid op grotere schaal.
Ook gaat hij erg gemakkelijk voorbij aan de moeilijkheden die docenten hebben om geschikte proefwerken te maken bij wiskunde A. Hij stelt eenvoudigweg dat met proefwerken slechts een gedeelte van de doelstellingen van wiskunde A getoetst kan worden en baseert zich daarbij op een honderdtal proefwerken die geproduceerd zijn door leraren met geringe ervaring met wiskunde A (hoofdstuk 4), zonder daarbij te onderzoeken welke andere mogelijkheden er zijn om binnen de bestaande proefwerkvorm een groter scala van doelstellingen te bestrijken.
Waarom is er bijvoorbeeld niet geëxperimenteerd met een 'open-boek' proefwerkvorm? Het proefwerk wordt daarbij gewoon in de klas in een lesuur afgenomen. Het bevat één of twee uitgebreidere opdrachten waarbij de leerlingen het boek en de aantekeningen mogen gebruiken. De gepresenteerde probleemsituaties dienen nieuw te zijn maar moeten kunnen worden aangepakt met de technieken die aan de orde zijn geweest. Op deze manier staan niet de kennis- en vaardigheids-doelen voorop, maar gaat het vooral om de beheersing van procesmatige zaken waarin de leerlingen een eigen keuze moeten maken uit de technieken waarmee het probleem kan worden aangepakt. Het grote voordeel is dat docenten geen ingewikkelde organisatorische capriolen hoeven uit te halen en dat ze de garantie hebben dat leerlingen zelfstandig de opdracht uitvoeren. Een geschikte, originele keuze van de opdrachten zal echter ook hier een probleem blijven.

Kortom: de ideeën van De Lange leveren een originele bijdrage aan de meningsvorming over toetsen bij wiskunde A, ze betekenen een verruiming van het scala van mogelijkheden, ze zijn echter niet altijd even realistisch en leveren daarmee helaas een geringe bijdrage aan de toetsproblematiek bij wiskunde A waarvoor de wiskundedocent zich op dit ogenblik geplaatst ziet.

5 Leerplannenontwikkeling en innovatie

Een nieuw leerplan bedenken is één, zorgen voor een zorgvuldige invoering daarvan is twee. Het proefschrift is vooral een tamelijk volledig verslag van dat laatste. Het geeft inzicht in de bedoelingen die het HEWET-team heeft gehad met de door hen ontworpen leerstof en laat zien hoe die leerstof tot levensecht onderwijs in het experiment is gerealiseerd. Het beschrijft de experimentele situatie.
Daarnaast is het een evaluatie van een uniek project. De Lange kijkt terug, constateert wat er mis ging en geeft een aantal aanbevelingen die van belang kunnen zijn voor andere ontwikkelprojecten (blz. 263, 264). Over de wetenschappelijke onderbouwing van die aanbevelingen zal vast wel het één en ander zijn af te dingen, ze hoeven er niet minder waar om te zijn. Naar mijn gevoel is De Lange zelfs nog erg terughoudend geweest in zijn terugblik. Ik mis bijvoorbeeld een kritische analyse van het experimentele karakter van het project. Wat voor soort experiment was het? Hoe hebben de experimentele ervaringen beslissingen over het materiaal beïnvloed? Op basis van het HEWET-rapport heeft het team keuzen moeten maken. Hoe zijn die keuzen tot stand gekomen? Wat waren de argumenten op grond waarvan men tot die keuzen van de leerstof is gekomen? Wat is er gebeurd met de door de experimenterende leraren gesignaleerde knelpunten? Hoe komt het dat die keuzen in de periode van het experiment niet essentieel zijn gewijzigd? Waarom zoveel aandacht voor grafen? Waarom de kettingregel zo laat? De Lange beschrijft het resultaat van het experiment en constateert daaraan een aantal gebreken (bv: het ontbreken van geschikte toetsen). Een beschrijving van het ontwikkelingsproces ontbreekt. Dat had van grote waarde kunnen zijn voor toekomstige leerplanontwikkelaars.
Dat neemt niet weg dat het verslag van De Lange zal leiden tot een bewustere doordenking van ontwikkeling en innovatie van wiskundeonderwijs. Daarvan plukt het 12-16 project nu al haar vruchten (en Hawex helaas niet).



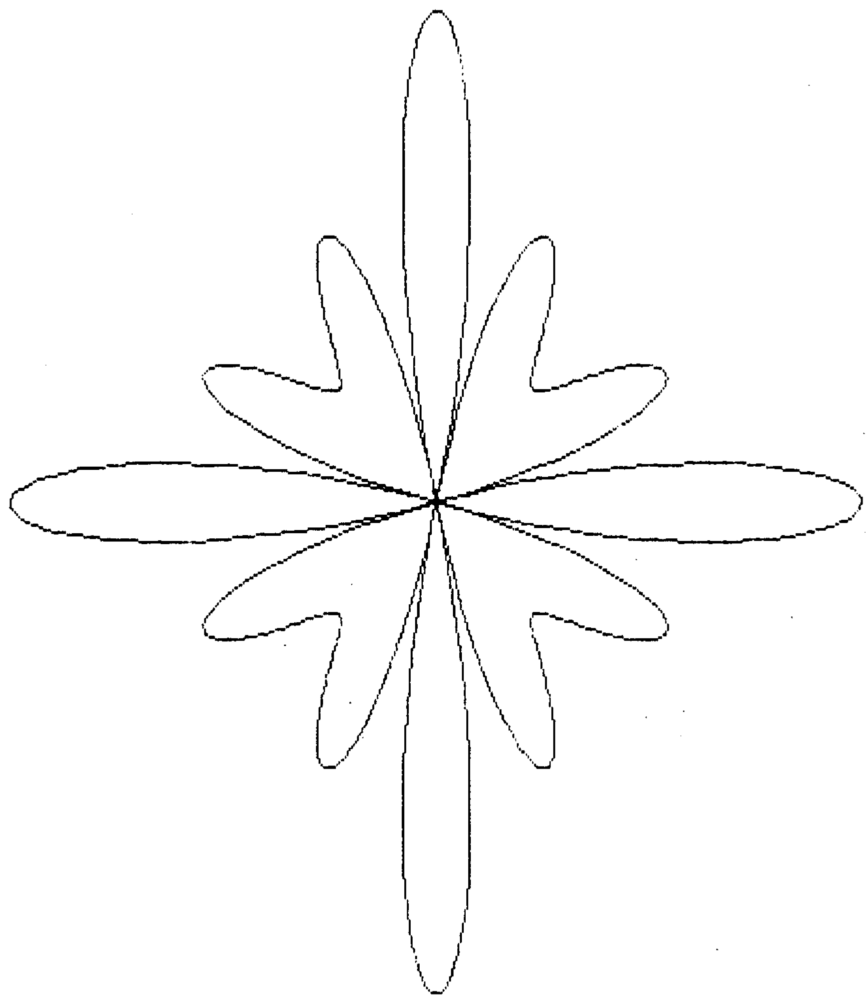
6 Conclusie

Aanbevolen voor wetenschappers, leerplannenmakers, ministers en staatssecretarissen, auteurs van schoolmethodes, lerarenopleiders en hun studenten.
En voor leraren? Onderhoudende en leerzame lectuur, maar niet direct relevant voor de dagelijkse klassepraktijk. Het geeft inzicht in de betekenis van wiskunde A.

▶ Voorjaar

De natuur kent een oneindige variatie aan vormen. De computer kan dat niet verbeteren.
Toch zijn er ook met de computer heel veel variaties op hetzelfde thema mogelijk. De hierbij getekende kunstbloem vertoont diverse symmetrieën.
Het is onderhoudend uit te vinden wat er in de listing moet veranderen om het aantal symmetrieën te vergroten.

```
10 CLS
20 SCREEN 2
22 WINDOW (-4,-2.6)-(4,2.6)
23 PRESET (2.5,0)
25 FOR THETA=0 TO 6.29 STEP .01
35   R=.5+2*COS(4*SIN(2*THETA))
60   X=R*COS(THETA):Y=R*SIN(THETA)
70   LINE-(X,Y)
80 NEXT THETA
```



● Werkblad ●

▶ Hoe luidde de opgave?

Iemand deelt twee getallen, elk van twee cijfers, op elkaar. Op het beeldschermpje van de rekenmachine (waarop 8 cijfers kunnen) verschijnt de uitkomst:

0.4482759

Zoek uit welke twee getallen er op elkaar zijn gedeeld.
Er zijn drie mogelijkheden voor het antwoord. Leg dat uit.

Iemand anders krijgt als uitkomst van een deling van twee getallen van twee cijfers:
0,4193548
Ook nu zijn er drie mogelijkheden voor het tweetal getallen. Zoek de mogelijkheden en leg uit dat er niet meer dan drie kunnen zijn.

Hoeveel mogelijkheden zijn er in de volgende getallen?
0,6363636
0,5833333
0,5
0,875
0,2777778
2,2307692

Brian Bolt, Mathematical Activities

● Werkblad ●

▶ Deelbaarheid

De bedoeling is de volgende:
van de cijfers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 moet een getal worden gemaakt, en wel zó dat
het getal dat wordt gevormd door de eerste twee cijfers deelbaar is door 2,
het getal dat wordt gevormd door de eerste drie cijfers deelbaar is door 3,
het getal dat wordt gevormd door de eerste vier cijfers deelbaar is door 4, en zo verder
tot negen cijfers

De volgorde 123654987 lijkt veelbelovend, want
12 is deelbaar door 2,
123 is deelbaar door 3,
1236 is deelbaar door 4,
12365 is deelbaar door 5,
123654 is deelbaar door 6.
Helaas is 1236549 niet deelbaar door 7.

Probeer een betere volgorde dan 123654987 te vinden.

Brian Bolt, Mathematical Activities

● Serie ● ● ● ●

'Auteurs in beeld'

▶ Pluspunt

Jan Postema

Inleiding

Pluspunt is een nieuwe rekenmethode voor het IBO. De methode is geschreven door Keimpe Kuipers en Jan Postema en wordt uitgegeven door Wolters-Noordhoff. Er zijn 6 deeltjes, voor het eerste en tweede leerjaar elk drie. Het is mogelijk met 2 lesuren per week de methode door te werken. In dit artikel willen we een beeld geven van onze visie op het rekenonderwijs in het IBO en zullen we aangeven hoe deze visie heeft geleid tot het ontwikkelen van een geheel eigen methode voor het rekenen in het IBO.
IBO-leerlingen hebben problemen met één of meer schoolvakken. Is rekenen een probleem, dan moeten we denken aan het niveau dat overeenkomt met dat van groep 4 of 5 van de basisschool.
Natuurlijk heeft de basisschool geconstateerd dat deze IBO-leerlingen (zeer) zwakke rekenaars waren. Helaas is het dan na die constatering niet gelukt passende hulp te verlenen. Er is momenteel een goede visie op de manier waarop er in het basisonderwijs gedifferentieerd zou moeten worden. Maar het realiseren van deze visie in de onderwijspraktijk is nog maar ten dele gelukt.
In het volgende beschrijven we hoe wij de problemen met rekenen in het IBO zien, welke oplossing wij daarvoor mogelijk achten en hoe deze oplossing in Pluspunt is gerealiseerd.

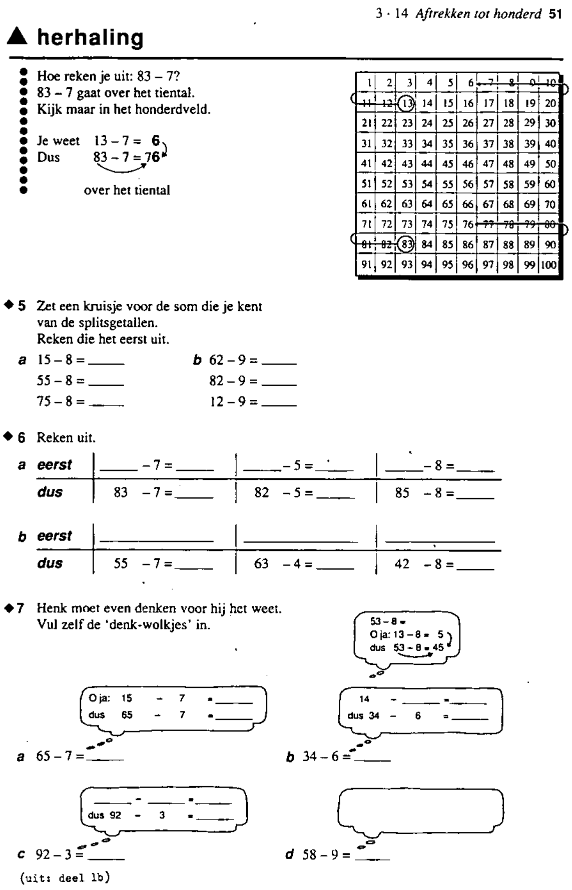
Kunnen onze IBO-leerlingen alsnog leren rekenen?

De zwakke leerling in het IBO zal geen geweldige rekenaanleg hebben. Maar meer dan door zijn aanleg is hij gedupeerd door fouten en hiaten in zijn rekenkennis en -vaardigheden. Tijdens minimaal zes jaar basisonderwijs zijn deze fouten en hiaten ontstaan. En doordat zij niet tijdig werden verholpen (misschien wel tijdig ontdekt) stapelden de problemen met het rekenen zich op.
Bij rekenen is er een zekere opbouw van kennis en vaardigheden: voorgaande leerstof moet worden beheerst, wil de leerling een goede volgende stap kunnen zetten. Als illustratie (niet meer, maar ook niets minder) het volgende: Op verzoek van een basisschool gaat een onderwijs-begeleidingsdienst helpen bij enkele leerlingen van groep 6 die slecht rekenen. De school vermoedt, dat een paar van hen het reguliere onderwijs niet kunnen volgen. Bij de diagnose blijkt de intelligentie voldoende te zijn, maar het rekenen zelf is verstrikt geraakt in problemen doordat fouten en hiaten zich bij deze leerlingen opstapelden. Na remedial teaching werden de rekenprestaties voldoende. Wel moeten we aantekenen dat het euvel niet definitief was verholpen. Steeds is er het risico van het opnieuw insluipen van fouten en hiaten. Waarschijnlijk is dat ook een gevolg van een toch wel zwakke rekenaanleg.
Gedifferentieerd (reken)-onderwijs geven is niet eenvoudig. Waar een school kans ziet meer te doen dan alleen maar het signaleren van fouten en hiaten, zullen leerlingen minder gauw problemen krijgen. Zolang de zwakke leerling verstoken blijft van passende remedial teaching tijdens de basisschoolperiode, zullen we IBO-leerlingen met rekenproblemen houden.
In het IBO werken we met relatief kleine groepen. De school en haar leraren hebben veel begrip voor deze leerlingen en voor hun leerproblemen. En niet alleen begrip. Ook tijd, deskundigheid en hulp zijn beschikbaar.
De leerling zelf voelt de twee kanten van zijn plaatsing op het IBO. Aan de ene kant niet zo leuk natuurlijk. Je krijgt toch iets van een stempel opgedrukt. Aan de andere kant is er het positieve: kleine groepen, een pedagogische sfeer van hulpverlening, individuele aandacht, mede-leerlingen die ook met

problemen worstelen. En in het onderwijs zijn er in ieder geval veel pogingen om de leerlingen leerstof op eigen niveau te laten verwerken.
Gegeven deze situatie spreken wij graag over het IBO als een herkansing voor de leerling met betrekking tot de avo-vakken. En vanuit de mentaliteit: 'als wij het samen goed aanpakken kun je alsnog leren rekenen' en binnen de reële mogelijkheden van de IBO-faciliteiten hebben wij Pluspunt ontwikkeld.

Het ontwikkelen van de methode Pluspunt

Als auteurs zijn we reeds jarenlang bekend met en ervaren op het gebied van de moderne rekendidactiek. Toch wilden wij niet van achter het bureau een methode voor het IBO ontwikkelen. Dat zou een papieren methode worden, met het gevaar dat ze te ver van de realiteit van het onderwijs van alle dag zou staan. Samen met de uitgever is een goede procedure gevonden om de methode te ontwikkelen.
– In eerste instantie hebben we een kleine enquête gehouden en een tiental leraren IBO geïnterviewd. Ons bleek toen dat er behoefte is aan een methode die specifiek is geschreven voor de IBO-problematiek. Ook werd ons veel duidelijk over de richting waarin we zouden moeten werken.
– Vervolgens hebben we de bestaande rekenmethoden voor het LBO en vooral die voor het IBO geanalyseerd. Het bleek, dat al deze rekenboeken en/of -methoden meer hadden van opgaven-verzamelingen (eventueel met wat verbale aanwijzingen over hoe de opgaven moesten worden gemaakt). Wat ontbrak was een didactisch concept, een methodisch opgebouwde rekenleergang voor IBO-leerlingen.
– We hebben daarna een opzet ontworpen die stoelde op didactische uitgangspunten en die een volledige leergang is voor de basisleerstof van het rekenen. Deze opzet is doorgesproken met groepen IBO-leraren. Op grond van deze besprekingen is het ontwerp bijgesteld.
– Met twee leraren IBO, te weten Wim Mertens (Lts 'De Westhoeve', Tilburg) en Jelle de Vries (Chr. lts te Dokkum) hebben we een vorm van samenwerking afgesproken. Zij hebben veel ervaring als IBO-leraar en zijn zelf ook actief bij het ontwikkelen van reken- en wiskundeboeken voor het V.O. (Jelle de Vries als auteur van Maatwerk, Wim Mertens door het ontwikkelen van rekenpakketten voor de eigen school).
– De samenwerking is als volgt. De auteurs ontwerpen een hoofdstuk, dat aan beide leraren IBO wordt toegezonden. Hun commentaren worden verwerkt in een tweede versie, die wordt gezet en gedrukt.
– Deze voorlopige versie wordt nu in enkele klassen uitgeprobeerd. En wel door Jelle de Vries in de Chr. lts in Dokkum en door Hans Koerts en Ad van Schaik in 'De Noorderkroon' te Groningen.
– Op grond van de bevindingen in de klas en het commentaar van de begeleidende leraren wordt dan de eindversie gemaakt.



ill. 1 Daarbij zijn we er steeds op uit de leerling te leren hoe hij/zij de opgaven moet aanpakken.

Beschrijving van de methode Pluspunt

We zullen nu in het kort beschrijven wat de kenmerken van Pluspunt zijn en hoe de methode is opgebouwd.

a. De rekenstof wordt systematisch en inzichtelijk behandeld. Daarbij zijn we er steeds op uit de leerling te leren hoe hij/zij de opgaven moet aanpakken (illustratie 1). Het inzicht kan nog worden vergroot als de leraar opdrachten met concreet materiaal betreffende de aan de orde zijnde leerstof laat uitvoeren (Aanwijzingen hiervoor zijn in de handleiding opgenomen).

b. Naast veel inzichtelijke opdrachten bevat de methode memoriseeroefeningen (zie illustratie 2). Juist onze IBO-leerlingen hebben het nodig dat ze de leerstof expliciet en in een goede herhalingscyclus ook gaan memoriseren.

oefenblok

1 45 + 7 = ___
45 + 27 = ___
63 + 8 = ___
63 + 28 = ___

2 Vul de antwoorden in van de tafel van 6.
0, 6, ___, ___, ___, ___, ___, ___,
___, ___, ___, 66, ___, ___, ___, ___,
___, ___, ___, ___, 120, ...

3 93 − 5 = ___
93 − 45 = ___
86 − 8 = ___
86 − 28 = ___

4 7 x 2 = 2 x ___ = ___
7 x 4 = ___ x ___ = ___
8 x 3 = ___ x ___ = ___
9 x 4 = ___ x ___ = ___

(uit: deel 1b)

ill. 2 De oefenblokken onderaan de eerste tien bladzijden van elk hoofdstuk bevatten oefen- en memoriseeropgaven over leerstof die in de voorgaande lessen is behandeld.

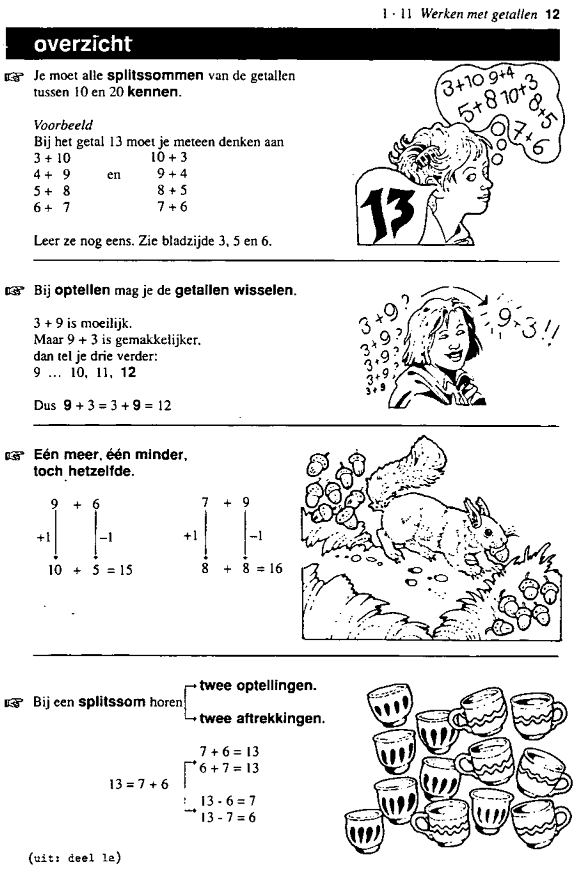
c. Door een ruime lay-out en een bepaalde indeling van een bladzijde proberen we de concentratie van de leerlingen te bevorderen. Ook het feit dat een bladzijde (modaal) in ongeveer 10 minuten kan worden gemaakt draagt hiertoe bij.

De oefenblokken onderaan de eerste tien bladzijden van elk hoofdstuk, kunnen in enkele minuten worden gemaakt. Ze bevatten oefen- en memoriseeropgaven over leerstof die in de voorgaande lessen inzichtelijk is behandeld (illustratie 2).

d. De methode bestaat uit werkboeken. Deze keuze hebben we na ampele overwegingen gemaakt. We kozen voor werkboeken omdat de uitgangspunten van Pluspunt vereisen dat de leerlingen veel rekenen in tabellen, nogal eens problemen moeten beschrijven, goed gestructureerde opdrachten moeten invullen om patronen en regelmaat te ontdekken, enzovoort. Dit alles vereist een werkboek.

e. Elk hoofdstuk heeft eenzelfde indeling:
- nieuwe rekenstof (blz. 1 t/m 8)
- toepassingen (blz. 9 en 10)
- een overzicht met probeertoets (blz. 11 en 12)
- herhalingsstof (blz. 13 en 14)
- verrijkingsstof (blz. 15 en 16)

In de eerste acht bladzijden komt dus de nieuwe leerstof aan de orde. Na enkele toepassingen geeft bladzijde 11 een schematisch overzicht van de leerstof van het hoofdstuk (illustratie 3). Dit overzicht



1 - 11 *Werken met getallen* **12**

overzicht

☞ Je moet alle **splitssommen** van de getallen tussen 10 en 20 **kennen**.

Voorbeeld
Bij het getal 13 moet je meteen denken aan
3 + 10   10 + 3
4 + 9   en   9 + 4
5 + 8   8 + 5
6 + 7   7 + 6

Leer ze nog eens. Zie bladzijde 3, 5 en 6.

☞ Bij **optellen** mag je de **getallen wisselen**.

3 + 9 is moeilijk.
Maar 9 + 3 is gemakkelijker,
dan tel je drie verder:
9 ... 10, 11, **12**

Dus **9** + 3 = 3 + **9** = 12

☞ **Eén meer, één minder, toch hetzelfde.**

9 + 6 (+1, −1) → 10 + 5 = 15
7 + 9 (+1, −1) → 8 + 8 = 16

☞ Bij een **splitssom** horen **twee optellingen.** / **twee aftrekkingen.**

13 = 7 + 6
7 + 6 = 13
6 + 7 = 13
13 - 6 = 7
13 - 7 = 6

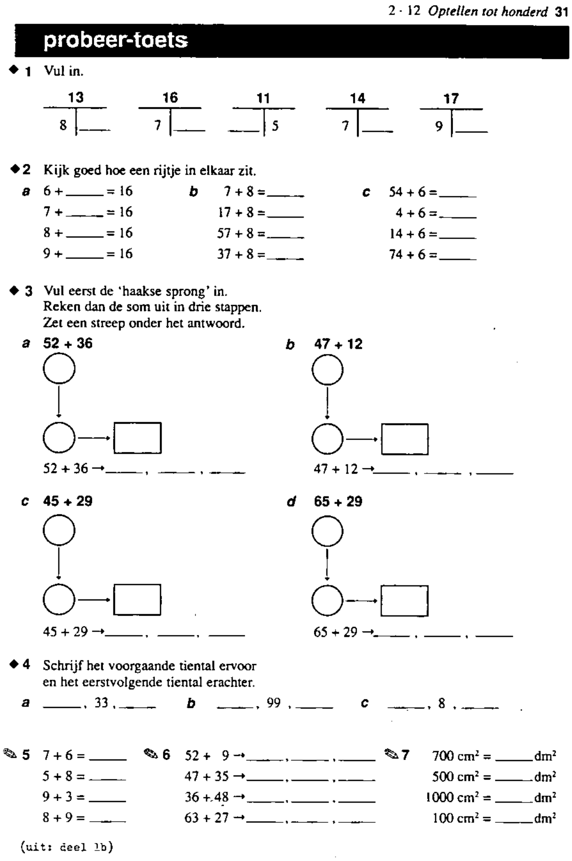
(uit: deel 1a)

ill. 3 Bladzijde 11 geeft een schematisch overzicht van de leerstof van het hoofdstuk.

heeft een dubbele functie: bij de eerste les van het hoofdstuk wordt het besproken om de leerling een idee te geven van waarmee hij aan de slag gaat. Later dient het overzicht om in de groep het geleerde te ordenen, te herhalen en eventueel nog eens extra te oefenen. De probeertoets (illustratie 4) heeft een diagnostische functie (In de handleiding zit een paralleltoets voor een rekencijfer). Op grond van de uitslag van de probeertoets kan worden beslist of de leerling (delen van) de herhalingsstof doorneemt, dan wel de verrijkingsstof gaat maken.
f. Er is bij Pluspunt een antwoordenboek met bij elke pagina didactische aanwijzingen.

De ervaringen met Pluspunt in de proefklassen

De ervaringen in onze schoolklassen tot nu toe geven vertrouwen dat we op de goede weg zijn.
Zo is gebleken, dat
– de methode de leerlingen aanspreekt. Ook relatief goede leerlingen werken met plezier de methode door en geven blijk er nog een goede verbetering van hun rekeninzicht en -vaardigheden van over te houden.
– het lukt de klas bij elkaar te houden. Steeds beginnen de proefklassen in hun geheel aan een nieuw hoofdstuk. Als goede leerlingen wat eerder klaar zijn, krijgen ze tijdelijk een extra rekentaak.
– het lukt ongeveer drie bladzijden per les af te handelen. Soms is het nodig thuis een deel van die drie bladzijden te laten afmaken. Omdat op school die rekenstof al was verkend en ze er al volop mee bezig waren, geeft dit geen echte problemen. Bovendien: een leerling die moeilijk rekent en merkt met Pluspunt verder te komen is nu ook wel gemotiveerd er wat 'huiswerk' aan te besteden.
– de vorderingen zijn zoals verwacht. Dat houdt concreet in, dat bijna alle leerlingen, na het doorwerken van een hoofdstuk, de probeertoets voldoende maken. En dat is de bedoeling. Ieder moet zich deze basisrekenleerstof eigen kunnen maken. Mocht een probeertoets toch onvoldoende zijn, dan is dit een sterk hulpsignaal: 'pas op, dat er geen fouten en/of hiaten ontstaan. Geef nu individuele hulp.'
Misschien bent u benieuwd naar de bijstellingen die



ill. 4 De probeertoets heeft een diagnostische functie.

op grond van de praktijk-ervaringen nodig waren. Hier volgen de belangrijkste:
– We kregen steeds te horen dat we de leerstof in niet te veel en in duidelijke bewoordingen moesten brengen. Daarin werden we gaandeweg steeds meer bedreven. Toch waren vaak nog bijstellingen in de tekst nodig.
– Ook werd steeds gevraagd om een eenvoudig niveau van de rekenstof. Dat lukte in het begin. Maar zo ongeveer in het derde boek bleek dat we het te eenvoudig hielden. De leerlingen konden meer aan. Waarschijnlijk was de voorgaande leerstof een voldoende waarborg om meer en moeilijker rekenopgaven te kunnen maken.
– In het begin waren de bladzijden te vol en te druk. Door een betere lay-out en ook door overbodige teksten weg te laten werd de bladspiegel rusti-

ger en dus voor IBO-leerlingen overzichtelijker.
– IBO-leerlingen zijn vaak ook zwakke lezers. Gaandeweg is er een duidelijke relatie ontstaan tussen het 'rekenverhaal' en het 'rekenplaatje', zodat de leeszwakke leerlingen steun vinden in de illustraties.
Bovenstaande bevindingen hebben ons, als auteurs, in toenemende mate gestimuleerd om op de ingeslagen weg verder te gaan. Op dit moment gaat het vijfde boek van de serie van zes de klas in. En beter dan ooit staat ons voor ogen hoe we de methode zullen gaan afronden.

Lesgeven met Pluspunt

Bij het ontwikkelen van de methode Pluspunt zijn we er van uitgegaan, dat de IBO-leerlingen redelijk zelfstandig de leerstof moeten kunnen doorwerken. Natuurlijk kan het leereffect aanzienlijk worden verhoogd als de leraar met de groep en/of met deelgroepen een passende begeleiding geeft. We denken daarbij aan:
a. Het uitvoeren van wiskundige activiteiten als meten, winkelen, naar het postkantoor, rekenen met de abacus enzovoort. Voor deze activiteiten zijn suggesties in de handleiding opgenomen.
b. Het bevorderen dat de leerlingen denkwijzen, oplossingsmethoden gaan verwoorden. Didactisch gezien is dit verwoorden van dubbel belang: in de eerste plaats wordt de leerling gedwongen zijn begripsvorming te verhelderen en in de tweede plaats krijgt de leraar de gelegenheid in te gaan op eventuele kennis- en denkfouten en hiaten bij de leerling. Zo wordt bij de leerling 'de vinger aan de pols gehouden' en dat is naar onze mening een heel essentiële factor bij het onderwijzen.
c. Naast het individueel doorwerken van de werkbladen kunnen de leerlingen ook samen veel opgaven mondeling maken, voor het eerst of als herhaling. Er is in onderzoek aangetoond, dat het mondeling maken van rekenopgaven een goed leereffect heeft. Ook kunnen de oefenblokken (voor of nadat ze door de leerlingen gemaakt zijn) als rekendictee worden gegeven.

In de 'didactische aanwijzingen', die in het antwoordenboek naast de antwoordpagina's zijn opgenomen, staan veel suggesties om op bovenstaande manier met Pluspunt te werken.

Hoe wordt in Pluspunt gedifferentieerd?

2·16 *Optellen en aftrekken* **35**

plus

◆ 6 In het **voorbeeld** zijn de getallen in de vier gekleurde vakjes samen 100.
De vier vakjes vormen een **vierkant**.

Kleur in de andere opgaven de vier vakjes die samen 100 zijn.
De vier vakjes moeten wel een vierkant vormen.

42	15	34
10	30	21
39	18	80

Samen 100

a

43	27	9
10	13	51
20	47	53

Samen 100

b

22	9	51
48	17	24
18	17	43

Samen 100

c

12	38	16
29	41	15
0	31	13

Samen 100

d

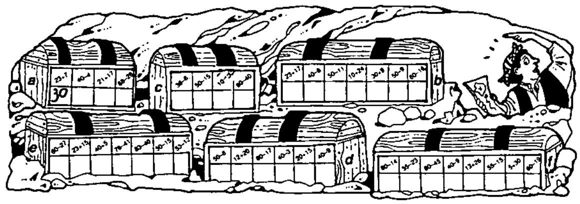
71	9	16
9	21	29
45	25	45

Samen 100

◆ 7 **Wat zit in de schatkisten?**

Eindelijk hebben de schatzoekers de schatkamer gevonden.
Wat zou er in de schatkisten zitten?

Reken de antwoorden van de sommen uit. Schrijf de antwoorden onder de som.
In de 'geheimsleutel' kun je de letters vinden.
Voorbeeld Bij antwoord 30 hoort de letter g.
Zo zoek je uit welke schat in elke kist zit.
Schrijf de antwoorden op in de tabel.



Geheimsleutel

30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
g	r	i	j	m	e	o	v	u	a	d	n	z	l	t	w	s

In kist *a* zit ______________ In kist *d* zit ______________
In kist *b* zit ______________ In kist *e* zit ______________
In kist *c* zit ______________ In kist *f* zit ______________
(uit: deel 1a)

ill. 5 Pluspunt heeft aan het einde van elk hoofdstuk twee bladzijden verrijkende oefenstof.

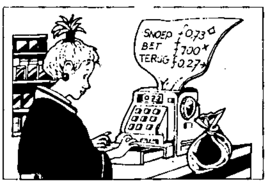
Het rekenniveau in een IBO-groep kan erg verschillen. Er zijn systemen en methodes, die pretenderen dat elk kind een eigen leerweg zou kunnen gaan door gebruik te maken van tussentijdse toetsen. In de praktijk blijkt deze vorm van differentiatie veel nadelen te hebben. Het onderwijs ontaardt in toetsafnemen en administratie voeren.
a. Pluspunt is geen verzameling rekenopgaven,

maar een op inzicht gebaseerde, systematisch opgezette rekenleergang. We rekenen veel met modellen en hebben een groot aantal aanpakken in de leerstof opgenomen. Door de aanbieding van de leerstof is er niet alleen veel variëteit maar ook veel verschil in diepgang.
Een simpel voorbeeld: als een wat zwakke rekenaar 37 + 25 nog uitrekent als (37,57) 62 (dus met de in Pluspunt behandelde tussenstappen) zal een betere rekenaar in een keer het antwoord noteren. Zo zijn van het niveau van rekenen vele voorbeelden te geven.
Op deze wijze gaan ook de betrekkelijk goede rekenaars met Pluspunt hun rekenkennis- en vaardigheden verdiepen. Door de vele, voor alle leerlingen nieuwe, aanpakken blijven de leerlingen gemotiveerd. In de proefklassen is gebleken dat dit ook geldt voor de betere rekenaars. Zo is het ook voor hen zinvol en leerzaam om Pluspunt door te werken.
b. Pluspunt heeft aan het eind van elk hoofdstuk twee bladzijden verrijkende oefenstof (illustratie 5), de plus-pagina's. Leerlingen die wat sneller werken en/of wat moeilijker opdrachten aankunnen dan de meesten in de groep, kunnen hier terecht.
c. In de proefklassen is gebleken dat er, ondanks de plus-pagina's, nog tempoproblemen kunnen ontstaan. We hebben dit in de proefklassen kunnen oplossen door vlugge rekenaars een extra rekentaak te geven met leerstof die in elke IBO-klas wel voorhanden is.

2 · 10 *Optellen tot honderd* **29**

de cassière

- Hilda werkt als cassière.
- Hiernaast zie je een kassabon.
- Let op de tekens.
- Het artikel kost ƒ0,73. ◇
- Er is betaald met ƒ1,00. X
- De kassa rekent uit ƒ0,27 teruggeven. →
- Maar ƒ0,27 **wordt ƒ0,25**.
- Hilda geeft ƒ0,25 terug.



◆ **1** Op stuivers afronden. Vul in.

ƒ0,21 ƒ0,22	ƒ0,23 ƒ0,24 ƒ0,25 ƒ0,26 ƒ0,27	ƒ0,28 ƒ0,29 ƒ0,30 ƒ0,31 ƒ0,32
wordt ƒ0,20	***wordt*** ƒ ____	***wordt*** ƒ ____

◆ **2** De kassa rekent uit ƒ0,29 terug.
Je weet dat ƒ0,28 en ƒ0,29 **wordt ƒ0,30.**
Zet hieronder hoeveel Hilda terug geeft.

terug volgens kassa	ƒ0,58	ƒ0,53	ƒ0,74	ƒ0,28	ƒ0,83	ƒ0,14
Hilda geeft terug	____	____	____	____	____	____

◆ **3** Vul de tabel verder in.

de prijs is ◇	ƒ0,38	ƒ0,74	ƒ0,17	ƒ0,21	ƒ0,42
de klant geeft X	ƒ0,50	ƒ1,00	ƒ0,20	ƒ1,00	ƒ0,50
terug volgens kassa →	ƒ____	ƒ____	ƒ____	ƒ____	ƒ____
Hilda geeft terug	ƒ____	ƒ____	ƒ____	ƒ____	ƒ____

(uit: deel 1b)

ill. 6 De leerlingen kunnen in het maatschapplijk verkeer voorkomende berekeningen maken en/of controleren.

Algemene doelstellingen van Pluspunt

Tot slot willen we nog even globaal aangeven welke leerstof in Pluspunt aan de orde komt. We hebben er naar gestreefd de basisleerstof van het rekenen zó te brengen dat het voor IBO-leerlingen haalbaar is deze te kennen, eenvoudige berekeningen te kunnen maken en het rekenen in veel situaties toe te passen.
Het gaat dan om een drietal categorieën:
a. De leerlingen *kennen* de basissommen (optellen, aftrekken, tafel van vermenigvuldigen en delen tot 100).
b. De leerlingen kunnen handzame optellingen, aftrekkingen, vermenigvuldigingen en delingen *cijferend maken.*
c. De leerlingen kunnen in het maatschappelijk verkeer algemeen voorkomende berekeningen maken en/of controleren zoals bijvoorbeeld op het postkantoor (frankeren, rente), in de winkel (geld, maten) (illustratie 6), op reis etc.

• Verenigingsnieuws •

▶ Van de bestuurstafel

Freek Mahieu

Studiedag 1989

De studiedag heeft dit jaar als thema 'begeleiden, motiveren en adviseren in de wiskundeles' en wordt georganiseerd door Francis Meester en Marja Meeder van het project 'Wiskunde en Emancipatie' aan de Hogeschool Holland. De dag wordt gehouden op zaterdag 28 oktober 1989 in Het Nieuwe Lyceum te Bilthoven. In de ochtend is er een centrale lezing en zijn er workshops over diverse onderwerpen. 's Middags heeft het programma een ander karakter: een cabaret over wiskunde-onderwijs en een talkshow, waarin verschillende mensen praten over 'hun wel of niet wiskunde kiezen' en de rol die wiskunde in hun leven speelt.

De Didactiek Commissie (Didaco) en de Zak Reken Machine (ZRM)

Na de verzorging van de studiedag over 'bewijzen' in het najaar van 1987 hebben de leden van de Didaco, na enige aarzeling, besloten om het gebruik van de ZRM als onderwerp van studie te nemen. De aarzeling kwam voort uit de gedachte dat het gebruik van de ZRM (als volwaardig hulpmiddel) op vele scholen voor LBO en AVO in de wiskundelessen slechts moeizaam getolereerd wordt. Ook het gebruik bij examens was (en is) aan beperkingen onderhevig.

De aanvankelijke aarzeling is blijven bestaan. Maar desondanks meent de Didaco dat enig resultaat van haar werk in de vorm van korte artikelen aangeboden kan worden.
Aangezien er nog vele vragen, juist over het huidige gebruik in de klas, onbeantwoord zijn, vragen wij iedere docent die de ZRM in de klas gebruikt ons daarover te berichten. Graag met voorbeelden ter verduidelijking. Wij zouden vooral graag willen weten of iemand zijn/haar leerlingen leert de geheugentoetsen te gebruiken en/of de omkeertoets $\left(\frac{1}{x}\right)$.
Reacties sturen aan: Didaco, p/a PDI, afd. wiskunde, Postbus 80120, 3508 TC Utrecht.

Van 70/30 naar 50/50

Met ingang van 1990 zullen de C- en D-examens wiskunde voor lbo- en mavo-kandidaten mogen bestaan uit 50% gesloten vragen en 50% open vragen (was 70%-30%). Dit heeft het algemeen bestuur van de CEVO besloten in antwoord op een verzoek van de voorzitter van de CEVO-vaksectie wiskunde voor lbo/mavo.
We zien dit als een verbetering: een leerling moet nu bij 50% van zijn/haar werk een gemotiveerd antwoord geven. Wij hopen dat de uitgangspunten in ons rapport over genoemde examens (zie Euclides, 58e jaargang nr. 1) nu weer wat beter gerealiseerd kunnen worden.
Overigens blijven we bij onze mening over het gebruik van meerkeuzevragen of die nu 70% of 50% van het examenwerk uitmaken (zie 'Brief aan de Staatssecretaris' in Euclides, 63e jaargang nr. 9): in de situatie dat het werk door leraar en gecommitteerde wordt gecorrigeerd kunnen de alternatieven beter worden weggelaten, zodat 'kort-antwoord-vragen' (zonder motivering) ontstaan.

Referentietoetsen wiskunde C- en D-programma

In de afgelopen maand april heeft een steekproef van ongeveer 1000 leerlingen (we noemen die hier S1) van de leerlingenpopulatie die dit jaar C- of D-examen doet, de referentietoetsen gemaakt in de 50/50-vormgeving.

In april 1990 worden deze zelfde toetsen gemaakt door een steekproef (S2) van de nieuwe groep examenkandidaten. Het resultaat van deze toetsen wordt vergeleken met het resultaat van het vorig jaar. Hieruit kan worden opgemaakt of de populatie van 1990 kwalitatief hetzelfde, beter of minder goed was vergeleken met 1989 (a).
Het resultaat van het examen dat door S2 in 1990 is afgelegd wordt vergeleken met het resultaat van het examen dat S1 in 1989 heeft afgelegd. Hieruit kan, rekening houdend met conclusie (a), worden opgemaakt of het examen van 1990 van dezelfde moeilijkheidsgraad, gemakkelijker of moeilijker was vergeleken met 1989.
Het doel van dit alles is om in een bepaald jaar (in dit geval 1990) zo gefundeerd te kunnen bepalen waar de cesuur moet liggen. Wij wachten met belangstelling af hoe dit straks in de praktijk gaat werken.
De inhoud van het jaarlijkse examenwerk blijft uiteraard gebaseerd op het examenprogramma en zal niet beïnvloed worden door de vragen in de referentietoetsen.

▶ Jaarvergadering 1988

Jaarrede

Dames en Heren,

Op de studiedag, die aan de jaarvergadering gekoppeld is, zullen wij ons bezig houden met de ontwikkelingen binnen 'Wiskunde van 12 tot 16' en 'Hawex', doch hiernaast zijn er nog andere zaken die onze aandacht vragen.

Sinds de brief van de Staatssecretaris aan de Tweede Kamer betreffende de Vakkenpakketmaatregel wordt de vraag weer actueel of er achter 'Wiskunde verplicht' een vraagteken staat of dat dit vraagteken vervangen wordt door een uitroepteken.
Op het symposium 'Wiskunde verplicht, voor allen?' op 8 december 1984 te Hilversum verdedigde mevrouw Ginjaar de volgende stelling:
'Wiskunde verplicht' lijkt een beperking van de vrijheid van keuze, maar doordat met wiskunde in het pakket nog vele mogelijkheden voor verdere studie open liggen gééft dit juist vrijheid.
Verplicht wiskunde-onderwijs in de bovenbouw vereist: een gedifferentieerd aanbod van twee soorten gelijkwaardige wiskunde op twee niveaus.
Een herziening van het onderbouwprogramma voor het gehele V.O. en een nieuw plan voor het reken/wiskunde-onderwijs op de basisschool.

Volgens de huidige opvatting van de Staatssecretaris moet het vakkenpakket van zowel de vwo- als de havo-leerling met één vak worden uitgebreid en moet elke leerling verplicht in het pakket Nederlands, twee moderne vreemde talen en wiskunde opnemen.
De Onderwijsraad merkt op dat een aantal (hogere) opleidingen goed te volgen is zonder wiskunde in het examenpakket en concludeert daaruit dat wiskunde niet als verplicht vak moet worden voorgeschreven, doch de Staatssecretaris stelt dan dat de wiskundeverplichting juist ook mede bedoeld is om een brede algemene vorming van een voldoende niveau te waarborgen.
Een belangrijk citaat uit de brief van de Staatssecretaris is nog:
De uitbreiding van het aantal te kiezen vakken moet gebeuren met eenzelfde aantal wekelijkse lessen per leerling. Dat betekent, dat er per vak gemiddeld minder wekelijkse lessen beschikbaar zijn. Er is dus een aantal vakken dat een lesuur, of twee lesuren, moet inleveren om ruimte te maken voor het zevende of achtste examenvak. De keuze hierbij is uiteraard een zaak van de scholen.
Een kritische beschouwing van de diverse examenprogramma's zal kunnen opleveren dat hier en daar een kwantitatieve beperking mogelijk is zonder dat de diepgang geweld wordt aangedaan.

Het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren is overtuigd van het nut van wiskunde voor de toekomst van vele leerlingen, doch is er niet van overtuigd dat daarom wiskunde op het eindexamen verplicht moet worden. Het bestuur ziet meer heil in een uitbreiding van de basislessentabel voor wiskunde en meent vooralsnog te moeten ontraden wiskunde als verplicht eindexamenvak in het programma op te nemen.

Het bestuur staat dus wel geheel achter de doelstelling van de Staatssecretaris om de leerlingen zoveel mogelijk wiskundige kennis en vaardigheid mee te geven, maar wil dit liever bereiken door andere maatregelen dan een verplicht stellen van wiskunde als examenvak.
Ten eerste moet men er voor zorgen dat de leerlingen niet reeds in de onderbouw afhaken. Dit betekent dat men zorgt voor een presentatie van de leerstof in de lagere klassen die de leerling aanspreekt en belangstelling bij de leerling oproept. Voor de inhoud van het programma wacht het bestuur vol vertrouwen de voorstellen van de Commissie Ontwikkeling Wiskunde-Onderwijs van professor Van der Blij af. Voor de presentatie van deze leerstof zal erg veel van de docenten worden gevraagd. Hiervoor is naast een goede voorlichting aan de leraren ook een degelijke nascholing nodig en dit niet alleen voor docenten die hiervoor open staan, maar vooral voor die leraren die weinig behoefte hebben aan een revolutionaire leerplanwijziging.
Vervolgens is een goede keuzebegeleiding nodig, waarbij de leerling gewezen wordt op het belang van de wiskunde voor haar of zijn toekomst en een goede voorlichting over de zwaarte van het te kiezen vak.
Ten slotte is het nodig dat de meeste leerlingen die de capaciteiten hebben om een eindexamen te behalen ook redelijk aan de eisen voor wiskunde kunnen voldoen. Dit houdt in dat het nieuwe examenprogramma wiskunde A voor havo zo moet worden opgesteld dat in het algemeen een leerling die in staat is voor de overige examenvakken een voldoende te behalen ook voor wiskunde A – mits zij/hij zich hiervoor goed inzet – een voldoende kan behalen.
Ook bij het examen wiskunde A voor vwo zal men moeten bedenken dat dit programma weliswaar beoogt wiskunde voor meer leerlingen begrijpelijk en aantrekkelijk te maken, maar niet is opgesteld met de bedoeling dat elke leerling verplicht is wiskunde in het examenpakket te hebben.

Zoals gebruikelijk kijk ik thans even met u naar Hewet, Hawex en COW.

Allereerst Hewet:
De examenresultaten die op het vwo bij wiskunde A behaald werden, geven ons reden tot bezinning. Ofschoon een gemiddelde score in de steekproef van de eerste zitting van ruim 60 punten geen reden tot bezorgheid lijkt te bieden, betekent dit dat 38% van alle leerlingen en 54% van de leerlingen die noch wiskunde B noch natuurkunde in het pakket hadden, een score van minder dan 55 behaalden. Het wiskunde-A programma is juist bedoeld voor leerlingen die een vervolgstudie in de maatschappijwetenschappen ambiëren, diegenen dus die meestal naast wiskunde A een talenpakket hebben. Wanneer meer dan de helft van hen onvoldoende scoort, is er iets mis.
Vele oorzaken zijn hiervoor te bedenken, zoals:
– het programma is voor deze leerlingen met dit urental te zwaar; de denkhouding bij wiskunde wijkt zo af van die bij onder andere de talen dat wiskunde te weinig ondersteuning van de overige vakken krijg;
– de hoeveelheid boeken die deze leerlingen moeten lezen voor de talen is zo groot – met de zekerheid dat er over precies deze boeken iets gevraagd wordt tegenover de zekerheid dat het in de klas behandelde wiskunde-vraagstuk niet op het examen voor zal komen – dat deze 'A'leerlingen meer tijd aan hun talen dan aan wiskunde A zullen besteden;
– de nascholing van docenten is nog te gering geweest zodat het werkelijke wiskunde-A karakter in de les te weinig aan bod is gekomen.
Maar met het bedenken van mogelijke oorzaken is men er niet. Een samenwerking van inspectie, CEVO en onze vereniging is nodig om te komen tot een serieus onderzoek en het bedenken van oplossingen.

Hawex is een belangrijk jaar ingegaan. Dit jaar worden de eerste eindexamenkandidaten opgeleid voor de nieuwe examens en in mei 1989 zal het gehele land uitzien naar de eerste nieuwe examens. Tweeëntwintig scholen bereiden zich voor op een start met Hawex in het volgende schooljaar. Naast de vele voorlichting die door het Hawex-team zal worden gegeven, zal ook de vereniging er voor zorgen dat u op de hoogte komt van de ontwikkelingen. Allereerst kunt u vandaag aan activiteiten betreffende Hawex deelnemen, maar ook zal de

vereniging in de loop van dit verenigingsjaar regionale bijeenkomsten over Hawex organiseren.

De Commissie Ontwikkeling Wiskunde-Onderwijs is hard aan het werk en houdt ons steeds op de hoogte van haar activiteiten. Na de artikelen 'Het laatste nieuws' in Euclides, kunnen wij thans van haar activiteiten kennis nemen door de 'Kolom W 12-16' in Euclides. Daar ook de studiedag vandaag grotendeels aan wiskunde 12-16 is gewijd en naar aanleiding van deze dag een publikatie zal verschijnen behoef ik op dit moment weinig over de COW te melden.

Ondanks de verheugende voortgang van de Commissie Van der Blij, zal toch de mavo- en lbo-leerling nog moeten wachten op een nieuw programma tot de COW met haar taak gereed is.
Voor het zover is, zullen wij ons moeten zien te redden met het huidige, formele C- en D-programma. De vorm waarin het examen gegoten is, wordt door de mavo- en lbo-leerling als lastig ervaren.
Onlangs werd in de pers gemeld dat onder andere wiskunde C en D in 1988 voor de mavo- en lbo-leerlingen te moeilijk is geweest; een nogal ongenuanceerde uitspraak die men baseert op het examenverslag van het CITO.
Al jarenlang liggen de percentages onvoldoende, bij wiskunde C en D nagenoeg gelijk. De laatste jaren zijn de examens verbeterd door een voor de kandidaten duidelijker vraagstelling. Waarom tijdens het examen bij eenvoudige vraagstukken zo slecht gescoord wordt, is een onduidelijke zaak:
– is het de veranderde leerling die steeds minder vat krijgt op wiskunde van abstract-formele aard?
– komt het door het toenemende aantal leerlingen dat bij lbo en mavo wiskunde kiest?
– is het te geringe aantal uren voor wiskunde, vooral bij het lbo, de oorzaak?
– of is het toch de vorm waarin het examen wordt afgenomen, een vorm die sterk afhankelijk is van de 70-30-maatregel van staatssecretaris Ginjaar-Maas?
Hoe het ook zij, wij hebben ons in een brief aan de Staatssecretaris nogmaals uitgesproken tegen deze 70-30-maatregel die de CEVO dwingt het examen op te bouwen uit een groot aantal (70%) meerkeuzevragen en een klein aantal (30%) vragen waarbij de kandidaat een motivering moet geven. Het bestuur blijft een voorstander van een 0-100-maatregel, waarbij de meerkeuzevragen verdwijnen en voelde zich in zijn stellingname gesteund door een aantal brieven uit het veld.
Ook de leerlingen die het lbo-B-programma volgen, zullen de nodige aandacht moeten krijgen. Voor hen zal een programma beschikbaar moeten komen dat hen leert de wiskunde toe te passen in het leven van iedere dag. Dan alleen zal wiskunde voor deze leerlingen een zinvolle betekenis krijgen.

Nadat ik met u tot nu toe hoofdzakelijk naar de toekomst gekeken heb, wil ik ook even naar het verleden terugblikken. De meesten onder ons hebben vermoedelijk nooit een nummer van Euclides in handen gehad waarin niet Piet Vredenduin als redacteur werd genoemd. Immers, tweeëndertig jaar is hij redacteur van Euclides geweest. Wij kennen hem als penningmeester van de redactie, verzorger van de rubriek 'recreatie' en schrijver van vele artikelen, korrels en boekrecencies. Nu Piet na al die jaren te kennen geeft zijn redacteurschap te willen beëindigen, past het ons deze wens te eerbiedigen, maar wij kunnen dat niet doen zonder onze grote dank uit te spreken voor het vele werk dat Piet voor Euclides en de vereniging heeft gedaan. Piet, wij zijn en blijven je dankbaar.

Dames en heren, hiermee verklaar ik deze jaarvergadering/studiedag voor geopend.

Notulen

Notulen van de algemene vergadering van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op zaterdag 29 oktober 1988 in het gebouw van Het Nieuwe Lyceum te Bilthoven.

Om 10.08 uur opent de voorzitter, dr. Th. J. Korthagen de vergadering. Hij verwelkomt alle aanwezigen en in het bijzonder de ereleden de heren dr. J. van Dormolen, prof. dr. H. Freudenthal, E. H. Schmidt en dr. P. G. J. Vredenduin, de vertegenwoordigers van de NVORWO de heren H. Heidenrijk en W. Uittenbogaard, de vertegenwoordigers van de redactie van Euclides de heren drs. M. C. van Hoorn en drs. A. B. Oosten, de vertegenwoordigers van de Vlaamse Vereniging Wiskundeleraars mevrouw G. Simons en de heer F. Laforce en de organisatoren van

het themagedeelte van de dag onder leiding van de heer G. Schoemaker. Hierna spreekt hij de jaarrede uit. Deze is opgenomen in Euclides. Vervolgens worden de notulen van de algemene vergadering van 31 oktober 1987 en de jaarverslagen goedgekeurd. Het verslag van de kascommissie wordt voorgelezen, waana de penningmeester met dank voor het vele verrichte werk wordt gedéchargeerd. Daar er geen tegenkandidaten zijn worden zonder stemming in de kascommissie benoemd de heer drs. S. Garst uit Oude Tonge en mevrouw drs. H. Verhage uit Utrecht.
De voorzitter gaat hierna over tot de bestuursverkiezing. Van de aftredende bestuursleden zijn de heer M. Kindt en mevrouw drs. J. van Vaalen niet herkiesbaar. Daar er geen tegenkandidaten zijn ingediend wordt de heer F. F. J. Gaillard herkozen en worden de heer dr. J. van Lint en mevr. M. Meeder als nieuwe bestuursleden gekozen. De contributie voor het jaar 1989/1990 wordt vastgesteld op *f* 55,–.
De voorzitter neemt nu afscheid van de vertrekkende bestuursleden. Hij menoreert dat mevrouw Van Vaalen drie jaren lid is geweest van het bestuur en hiernaast ook haar sporen verdiend heeft in de werkgroep Vrouwen en Wiskunde. Zij had een eigen inbreng in het bestuur door haar heldere inzicht en zuivere formulering van haar oordeel. Zij paste goed in de vriendenkring die het bestuur is en met spijt ziet het bestuur haar vertrekken. De voorzitter dankt haar voor alles, wenst haar alle goeds toe en spreekt namens het bestuur de wens uit haar nog vaak te ontmoeten. De voorzitter merkt over de heer Kindt op dat gedurende de twintig jaren dat hij bestuurslid is geweest in het onderwijs veel is veranderd. De heer Kindt heeft dit niet alleen méégemaakt, maar vooral ook mee gemáákt. Iemand met zo'n ervaring is voor het bestuur zeer belangrijk geweest. Ofschoon het bestuur er begrip voor heeft dat de heer Kindt als reactie op het verzoek enige jaren terug van een gedeelte van de ledenvergadering om te streven naar een snellere doorstroming in het bestuur besloten heeft zich niet herkiesbaar te stellen, betreurt het bestuur zijn vertrek. Het bestuur heeft bijzonder veel waardering voor zijn werk binnen en buiten het bestuur.
Om 10.32 uur beëindigt de voorzitter het eerste gedeelte van de jaarvergadering en geeft het woord aan mevrouw Meeder om uiteen te zetten hoe het gedeelte 'studiedag' zal verlopen.

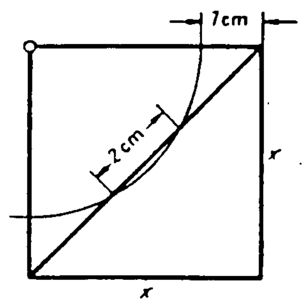
Na de studiedag wordt om 16.38 uur het huishoudelijk gedeelte heropend voor de rondvraag. De voorzitter begint met alle bestuursleden aan de aanwezigen voor te stellen en verontschuldigt de heer L. Jacobs die wegens ziekte afwezig is en mevr. H. Goemans die wegens ziekte slechts een gedeelte van de dag aanwezig was.
De heer J. B. v.d. Groep vraagt aandacht voor pr van de wiskundedocent. Onlangs is een rapport 'Taakbelasting' verschenen waarin als voorbeeld van zwaarbelaste docenten de docenten van het vak Nederlands worden genoemd. Ook de docenten wiskunde moeten wat doen aan het beeld naar buiten. Hij vraagt tevens na te denken over een relatie tussen de resultaten voor wiskunde A op het vwo en de mening van leerlingen dat wiskunde eigenlijk wel in het pakket moet zitten. Kiezen niet te veel leerlingen wiskunde, terwijl ze het met het huidige programma niet aankunnen en welke invloed heeft dit op de taakbelasting van de docenten wiskunde? Wanneer wordt bekend of wiskunde wel of niet verplicht wordt en in hoeverre heeft de vereniging nog enige invloed op deze beslissing? Tenslotte vraagt de heer V.d. Groep aandacht voor het blad 'KIES EXACT'. Hij nodigt alle aanwezigen uit dit blad eens door te lezen en de zeer tendentieuze verhaaltrant te kritiseren.
De voorzitter antwoordt dat de vereniging sinds kort een pr-commissie heeft. Hij zal deze commissie vragen aandacht te besteden aan de taakbelasting van de wiskunde-docent. Ook op de jaarvergadering van het Wiskundig Genootschap is aandacht gevraagd voor de positie van de wiskundeleraar en gevraagd of het WG en de NVvW hieraan samen aandacht willen schenken. De NVvW is daarom lid geworden van de β-Federatie en wil samen met het WG in de β-Federatie vragen zich gezamenlijk in te zetten voor een verbetering van de positie van de wiskundedocent. Betreffende de vragen over de restultaten voor wiskunde A en wiskunde verplicht wijst de voorzitter op passages hierover in de jaarrede en de hierin voorgestelde samenwerking tussen inspectie, Cevo en NVvW. Hij zal in het bestuur van de NVvW voorstellen de passage uit de jaarrede over 'wiskunde verplicht' toe te zenden aan de leden van de vaste kamercommissie voor Onderwijs en Wetenschappen.
De heer Van Dormolen informeert wat de β-Federatie is en de heer J. Maassen antwoordt dat dit een samenwerking is van een groot aantal verenigingen in de β-wetenschappen.
De heer Van Lint merkt over 'KIES EXACT' op dat er enquêteurs naar ouders zijn gezonden om te informeren of het tijdschrift de leerlingen en de ouders heeft bereikt. De heer V.d. Groep zegt nogmaals dat hij de artikelen zeer tendentieus vindt en vraagt de NVvW zich met het ministerie te verstaan om adviezen voor 'KIES EXACT' te geven. Mevrouw A. Aukema deelt mee dat zij met de heer Kindt namens de vereniging bij de staatssecretaris op bezoek is geweest bij de introductie van de actie 'Kies exact'. De actie is een actie van de staatssecretaris zelf. Tijdens het gesprek was de vormgeving van 'KIES EXACT' nog niet bekend. Het bestuur is vooralsnog tegen een verplichting om wiskunde in het examenvakkenpakket op te nemen, maar niet tegen een actie 'Kies exact', maar moet wel de vinger aan de pols houden. De decanen moeten wel goed met de mogelijkheden van de leerlingen leren omgaan.
De heer J. Sloff constateert dat door VUT en DOP grote gaten in de gelederen van de wiskundedocenten zijn geslagen. Er komen weinig nieuwe studenten en er is reeds nu een tekort aan docenten wiskunde. De voorzitter antwoordt dat ook dit gezamenlijk met het Wiskunde Genootschap zal worden opgenomen. Ook merkt de heer Sloff op dat er nog meer vormen van onderwijs zijn dan avo en lbo. Wat doet de vereniging voor het mbo? De voorzitter zegt dat het bestuur reeds vaak geprobeerd heeft contacten te leggen met het mbo. Ook de heer Gaillard benadrukt de belangstelling van het bestuur voor het mbo maar constateert dat moeilijk is contacten te leggen daar in verband met verschillende wiskundeprogramma's de leraren in het mbo verschillende zorgen hebben en niet gemeenschappelijk georganiseerd zijn. De heer Schoemaker wijst op een project van de SLO, waarin wordt geïnventariseerd. Mogelijk is er over een

half jaar meer duidelijkheid.
De heer Van Hoorn maakt zich zorgen over de aansluiting van wiskunde A bij de overstap van havo naar vwo. Door de harmonisatiewet kan de doorstroming groter worden en dan kan de praktijk zijn dat de aansluiting grote problemen gaat oproepen. De heer Kindt zegt dat bij de samenstelling van het Hawex-rapport al uitvoerig over de aansluiting is gesproken. Als de differentiaalrekening op de havo in het programma wordt opgenomen wordt de drempel voor de leerlingen te hoog. Men heeft daarom de keuze uit twee mogelijkheden: òf de drempel wordt te hoog, òf de aansluiting is niet naadloos. Bovendien, alle methodes voor wiskunde A vwo beginnen in de vijfde klas opnieuw aan differentiaalrekening. De heer Van Hoorn spreekt zijn zorg uit dat het ministerie plotseling het programma gaat wijzigen als de doorstroming niet probleemloos is. De heer Kindt deelt mee dat er volgend voorjaar een conferentie is voor de resonansgroep van de Hawex, waarna een uitvoerige toelichting op het programma komt. Het Hawex-team moet voldoende invloed hebben om problemen te voorkomen. Misschien moet bij 'wiskunde verplicht' het programma voor vwo afgezwakt worden. De heer Sloff vindt dat doorstroming van havo naar vwo een uitzondering moet zijn. Hij pleit voor de doorstroming van havo naar hbo. Voor leerlingen die toch naar vwo willen doorstromen zou met aparte modulen moeten worden gewerkt.
De heer Kindt vraagt hierna het woord en deelt mee dat hij het bestuurslidmaatschap altijd zeer op prijs heeft gesteld en het moeilijk vindt om het bestuur te verlaten. Hij heeft dankbare herinneringen aan zijn bestuurstijd; het bestuur was misschien niet altijd zakelijk genoeg, maar er was een prima sfeer.
Tenslotte dankt mevrouw Simons namens de Vlaamse Vereniging Wiskundeleraars voor de uitnodiging en de gastvrijheid. Zij nodigt allen uit voor de jaarvergadering van de VVWL op zaterdag 28 januari in Brussel en voor het congres van de VVWL op 1, 2 en 3 juli. Op dit congres zal ook aandacht aan het onderwijs in Nederland worden besteed.
De voorzitter besluit met een woord van dank voor het vele werk dat door de organisatoren van de dag is verricht en waardoor deze dag tot een succes is geworden.
Om 17.07 uur sluit hij de vergadering.

Denkopgaven

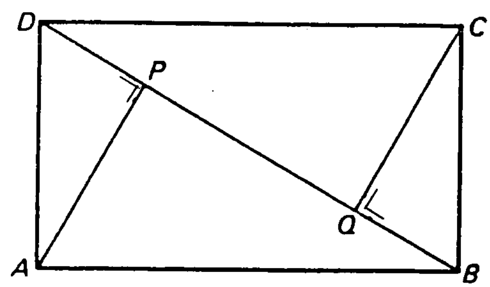
8a

Een vierkant met een diagonaal. Een cirkel waarvan het middelpunt in een hoekpunt ligt, snijdt van de diagonaal een lijnstukje af.
Hoe groot is de zijde van het vierkant?



8b

Een rechthoek $ABCD$. $AB = 97$, $AD = 56$. AP en CQ staan loodrecht op diagonaal BD.
Is $AB + BC = AP + PQ + QC$?



● Recreatie ● ● ● ●

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Dr. P. G. J. Vredenduin, Dillenburg 148, 6865 HN Doorwerth.

▶ Opgaven

In hun licentiaatsverhandeling (zie de boekbespreking op de volgende pagina) gaan Mia Lemaire en Carine Schoukens uitvoerig in op olympiaden en meer algemeen wiskundewedstrijden. Een van de vermelde wedstrijden is de beroemde Hongaarse Eötvös Competitie, welke reeds uit 1894 stamt. Het leek me aardig hieruit de opgaven van één jaar over te nemen. Ik heb daarvoor, met enige zorg, het jaar 1911 gekozen. Hieronder volgen de drie opgaven.

604. 1. Als a, b, c, A, B, C reële getallen zijn waarvoor geldt
$aC - 2bB + cA = 0$ en $ac - b^2 > 0$
dan geldt
$AC - B^2 \leqq 0$
Bewijs dit.

605. 2. Q is een punt van een cirkel en
$P_1P_2P_3P_4P_5P_6P_7P_8$ een ingeschreven regelmatige achthoek.
Bewijs dat de som van de vierdemachten van de afstanden van Q tot de middellijnen P_1P_5, P_2P_6, P_3P_7 en P_4P_8 onafhankelijk van de keuze van Q is.

606. 3. Bewijs dat $3^n + 1$ niet deelbaar is door 2^n voor elk geheel getal $n > 1$.

▶ Oplossingen

601. Gegeven is een paar gehele positieve getallen. A en B verminderen beurtelings het grootste getal met een aantal keren het kleinste. A begint. Wie 0 bereikt, heeft gewonnen. Gevraagd wordt na te gaan welke beginparen bij optimale strategie voor A winnend zijn.

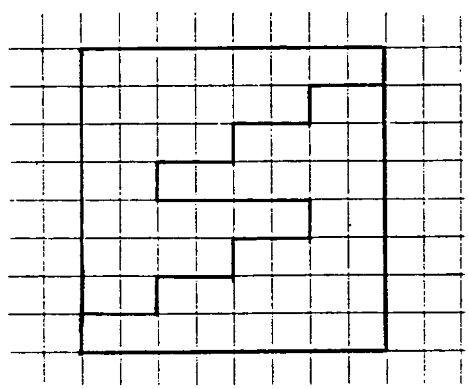
Onderstel het getallenpaar is (127, 740). A begint en kan verschillende paren bereiken. Hieronder zijn: (105, 127) en (232, 127).
a. Onderstel (105, 127) is winnend. A zal dan uiteraard niet (105, 127) spelen, maar (232, 127). Nu is B verplicht (105, 127) te spelen. Dit paar is winnend, dus A wint.
b. Onderstel (232, 127) is winnend. Dan is (105, 127) verliezend, want het is een noodzakelijk gevolg van (232, 127). Dus zal A niet (232, 127) spelen, maar (105, 127) en winnen.
Het paar (127, 740) is dus winnend. Meer algemeen is elk paar (p, q) winnend waarvoor $p \geqq 2q$.
Neem nu een paar waarvoor dit niet het geval is, bijv. (113, 71). Dan volgen verplicht resp. (42, 71), (29, 42), (13, 29) en dit is een winnend paar. Dus is (29, 42) verliezend, (42, 71) winnend, (113, 71) verliezend. Of (p, q) met $p \geqq 2q$ verliezend of winnend is, hangt er dus van af of men na een oneven of een even aantal keer spelen een winnend paar bereikt.

602. Het getal n wordt decimaal geschreven door 100 cijfers 9 achter elkaar te zetten. Hoeveel 9's bevat het getal n^3?
$n = 10^{100} - 1$, dus $n^3 = 10^{300} - 3 \cdot 10^{200} + 3 \cdot 10^{100} - 1$.

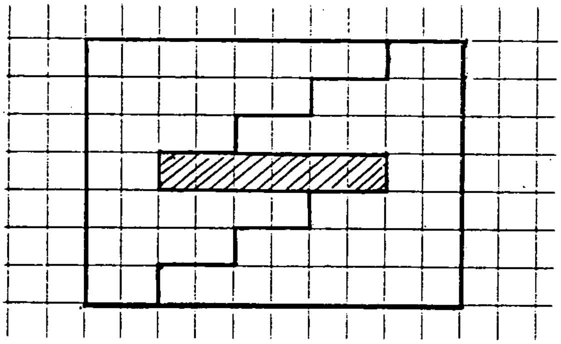
$10^{300} =$	1 0...00 0...00 0...00	(0...00 bestaat uit 100 cijfers 0)
$-3 \cdot 10^{200} =$	−3 0...00 0...00	
$3 \cdot 10^{100} =$	3 0...00	
$-1 =$	−1	
$n^3 =$	9...97 0...02 9...99	

Het aantal 9's dat n^3 bevat is dus 199.

603. Iemand heeft twee stukken vloerbedekking van 8 bij 8 resp. 1 bij 6 meter. Zijn kamer is 10 m lang en 7 m breed. Met de stukken vloerbedekking wil hij zijn kamer beleggen. Hij mag daartoe het grote stuk door knippen in twee delen verdelen. Hoe lukt dat?
In figuur 1 ziet men, hoe het grote stuk door knippen in twee delen verdeeld wordt. In figuur 2 zijn de twee delen aan elkaar gepast. Het gearceerde overblijvende stuk kan juist bedekt worden door het stuk vloerbedekking van 1 bij 6 meter.



Figuur 1



Figuur 2

Boekbespreking

Alfred Warrinnier, Mia Lemaire, Carine Schoukens, *Wiskunde-olympiaden,* Universitaire Pers Leuven, 1986, XIII + 180 blz., 500 BF.

Het starten van de Vlaamse Wiskundeolympiade heeft stimulerend gewerkt op belangstelling voor olympiaden überhaupt in Vlaanderen. Mia Lemaire en Carine Schoukens hebben hun licentiaatsverhandeling aan dit onderwerp gewijd, onder leiding van hun hoogleraar Alfred Warrinnier. Deze verhandeling is thans in boekvorm verschenen.
Het eerste hoofdstuk gaat over de Internationale Mathematische Olympiade (IMO). Gestart in 1959 met als gastland Roemenië, was de IMO aanvankelijk beperkt tot deelnemers uit het Oostblok. Uitstekende resultaten werden behaald door Roemenië en Hongarije en dit is door de jaren heen zo gebleven. De USSR deed eerst vanaf 1962 mee en behoorde van dat jaar af meteen tot de koplopers. In 1967 deden voor het eerst enkele Westbloklanden mee, Nederland vanaf 1969 en de USA in 1974. Opvallend is dat de Verenigde Staten zich vanaf dat jaar meteen in de kopgroep genesteld hebben.
De auteurs behandelen in een volgend hoofdstuk de pogingen die in een groot aantal landen in het werk gesteld zijn om de belangstelling voor wiskunde te bevorderen. Ik beperk me tot enkele voorbeelden. In Hongarije heeft sinds 1894 de Eötvös-competitie plaats, zo genoemd naar zijn stichter, de fysicus Loránd Eötvös (zie ook de rubriek recreatie op de vorige pagina). Meer algemeen werd de belangstelling voor wiskunde in dit land aangewakkerd door speciaal voor jongeren bestemde wiskundeclubs, lezingen, tijdschriften en boeken. Een zelfde beeld ziet men in Roemenië en in de USSR. Geen wonder dat deze landen hoge ogen scoren in de IMO.
In China stelde men zich tot doel de westerse geïndustrialiseerde wereld in te halen. Wiskundige vaardigheid was vereist. Vanaf 1956 werden wiskundewedstrijden gehouden. Deze wedstrijden gaven de stoot tot het oprichten van studiegroepen in de scholen of op stedelijk niveau. Tijdens de culturele revolutie was alles wat elitair is, echter uit den boze. Wedstrijden en studiegroepen verdwenen en eerst na de beëindiging van het revolutionaire tijdvak werden de wedstrijden weer in ere hersteld.
Mozambique werd in 1975 onafhankelijk. Het gevolg was een snelle opbloei van streven naar ontwikkeling van de bevolking en dus naar onderwijs, en met name wiskunde-onderwijs. Vanaf 1977 werden er lezingen gehouden over het belang van wiskunde. In 1981 werd een tijdschrift gelanceerd en werden wiskunde-olympiaden gehouden, in 1983 de eerste nationale olympiade.
Dit zijn slechts enkele markante voorbeelden. Een groot aantal andere landen passeert de revue.
Het derde hoofdstuk gaat over België. In Wallonië kent men de olympiaden reeds vanaf 1976. Ze zijn gestart door prof. F. Buekenhout. Wallonië heeft wedstrijden die uit drie ronden bestaan. De eerste ronde, de 'éliminatoire', bestaat uit meerkeuzevragen. Dan volgt de 'demi-finale', die eveneens uit meerkeuzevragen bestaat. Ten slotte de 'finale', waarin de deelnemers een aantal open vragen moeten beantwoorden.
Merkwaardig is het volgende. Voor 1982 was er nog geen tweede ronde. De eerste ronde bestond uit meerkeuzevragen met vier alternatieven waarvan er meerdere correct waren. De beoordeling was: antwoord goed 2 punten, niet alle correcte antwoorden aangeduid (wel sommige) en geen foutief antwoord correct geacht 1 punt, en anders 0 punten.
De Vlaamse Olympiade van 1985-86 wordt daarna uitvoerig besproken. In Euclides is dat reeds gebeurd in jaargang 61, nr. 10. Meer gedetailleerd vindt men hier ook een inhoudelijke analyse.
Wie zich voor het onderwerp interesseert, kan in dit goed gedocumenteerde boek een schat van gegevens vinden.

P. G. J. Vredenduin

Oplossing vraagstuk clotoïde-baan
(pagina 229)

1. Bij draaien van het stuurwiel over 720°, draait een voorwiel 720/24 of 30°. Uit $R = p/\tan \varphi$ volgt:
$R = 2{,}1/\tan 30° = 3{,}64$ m.
Vervolgens $s = \frac{a^2}{R} = \frac{8100}{3{,}64} = 2227$ m en $\alpha = \frac{s^2}{2a^2} = 306$ rad of 17533°.
2. In dat geval draait de auto om één van de achterwielen en wordt de kromtestraal gelijk aan de wielbasis, zodat $R = 2{,}1$ m.
Omdat $R \times s = 90^2$ volgt: $s = 3857$ m (bijna 4 km!).
En dan verder: $\alpha = 918$ rad of 52618° of 146 keer rond!

Mededelingen

Zesde tweejaarlijks Congres van de VVWL

Het zesde tweejaarlijkse Congres van de Vlaamse Vereniging Wiskunde Leraars wordt gehouden te Oostende op 1, 2 en 3 juli 1989.

AGENDA:

Vrijdag 30 juni 1989:
Vanaf 18 tot 22 uur aankomst deelnemers.

Zaterdag 1 juli 1989:
Opening van het congres.
Prof. dr. Jean Pedersen en prof. dr. Peter Hilton: *Bringing geometry to life.*
Werkgroepen: keuze tussen
Harm Boertien, Frans Bouman, Swier Garst, Martin Kindt, Henk Schuring, Ton Vandeberg, Henk Vande Kooy: *Voordrachten over het wiskunde-onderwijs in Nederland i.h.b. over het ontstaan en het verloop van Hewet.*
Frank Laforce: *Bewijstechnieken in de getallenleer: een Chinese stelling.*
Minke Zuidema: *Wiskunde aan visueel gehandicapten.*

Zondag 2 juli 1989:
Rik Verhulst: *Wiskunde-onderwijs tussen theorie en oefeningen.*
Prof. dr. Theo D'Hondt: *Het gebruik van fractaaltechnieken bij het genereren en analyseren van natuurlijke kleurbeelden.*
Werkgroepen: keuze tussen
Inspecteur Roger Bollens en medewerkers: *Leren bewijzen in de meetkunde van het derde leerjaar.*
Reinhilde Claessens: *Wiskunde en wiskundigen rond de Franse revolutie.*
Dirk De Bock: *Driesporige benadering van het integraalbegrip.*
Dr. Frank De Clerck: *Eindige velden.*
Prof. dr. Theo D'Hondt: *Demonstratie over fractalen.*

Maandag 3 juli 1989:
Prof. dr. Christian Radoux: *Le nombre de triangles à côtés entiers et périmètre 1989 est 82668.*
Inge Verbruggen: *Bewijzen: het ideale huwelijk tussen creativiteit en technische beheersing.*
Slotzitting.
Afscheidsdiner.

Inschrijvingsformulieren en inlichtingen: VVWL, Elzenhoutstraat 1, 2610 Wilrijk, België. Tel. 03/440.31.94.

Zomercursus 'Constructieve Methoden in de Fractale Meetkunde'

De afdeling Analyse, Algebra en Meetkunde (AW) van het Centrum voor Wiskunde en Informatica (CWI) organiseert van **27 t/m 30 juni 1989** een cursus aan de hand van het boek: *'Fractals Everywhere'* van Michael Barnsley (Academic Press, 1988; 394 p., prijs ca. *f* 110,–).
In de cursus zal veel aandacht worden besteed aan het op iteratieve wijze construeren van fractals, terwijl ook technieken worden behandeld om een gegeven afbeelding (bijvoorbeeld een varen, een wolk en een zonnebloemenveld) met behulp van fractals te benaderen.
De benodigde specifieke voorkennis zal in de cursus worden gegeven. Aan de orde komen onderwerpen als: metrische ruimten, afbeeldingen op metrische ruimten, contracties, constructie van fractals, chaotische dynamica op fractals, fractale dimensies, fractale interpolatie en maten op fractals.

Deelnamekosten: *f* 75,–; voor studenten: *f* 25,–.
Nadere inlichtingen: M. Zwaan (020-592 80 20, tst. 34) of J. A. P. Heesterbeek (020-59 28 20), tst. 31), CWI, Kruislaan 413, 1098 SJ Amsterdam.

Kalender

26 mei 1989: Diverse plaatsen, Examenbesprekingen wiskunde voor lbo/mavo, havo, vwo A. Zie Euclides 64, 7 blz. 218 en 219.
29 mei 1989: Diverse plaatsen, Examenbesprekingen wiskunde B voor vwo. Zie de rectificatie van Euclides 64, 7 blz. 220 in afzonderlijk toegezonden brief.
14 juni 1989: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW, met de inspecteurs voortgezet onderwijs.
22 juni 1989: Utrecht, Tweede bijeenkomst Werkgroep Informaticadidactiek. Nadere inlichtingen bij Trude Maas-de Brouwer, tel. 030-91 15 11 en Fred Mulder, tel. 045-76 23 57.
27 t/m 30 juni 1989: Amsterdam, Zomercursus 'Constructieve Methoden in de Fractale Meetkunde'. Zie de aankondiging elders op deze bladzijde.
1, 2 en 3 juli 1989: Oostende, Zesde tweejaarlijks Congres VVWL. Zie de aankondiging elders op deze bladzijde.
17 en 18 augustus 1989: Eindhoven, Vakantiecursus 'Geschiedenis van de Wiskunde in de 17e eeuw'.
1 en 2 september 1989: Amsterdam, Vakantiecursus 'Geschiedenis van de Wiskunde in de 17e eeuw'.
8 september 1989: Eindhoven, Tweede ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade.
13 september 1989: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
28 september 1989: Utrecht, Derde bijeenkomst Werkgroep Informaticadidactiek.
11 oktober 1989: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
28 oktober 1989: Bilthoven, Jaarvergadering/Studiedag NVvW.

○ Inhoud ○ ○ ○ ○ ○

○ Adressen van auteurs

S. L. Kemme, R.U. Groningen, Subfaculteit Wiskunde
en Informatica, Postbus 800, 9700 AV Groningen

H. Krabbendam, p.a. S.L.O., Postbus 2041, 7500 CA Enschede

F. J. Mahieu, Dommeldal 12, 5282 WC Boxtel

Ir. H. M. Mulder, Geersbroekseweg 27, 4851 RD Ulvenhout

J. Postema, Verweylaan 8, 9752 GM Haren